

Junior Wiskunde Olympiade

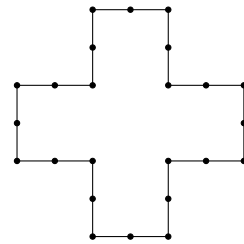
Opgaven deel 2



donderdag 23 september 2021
online

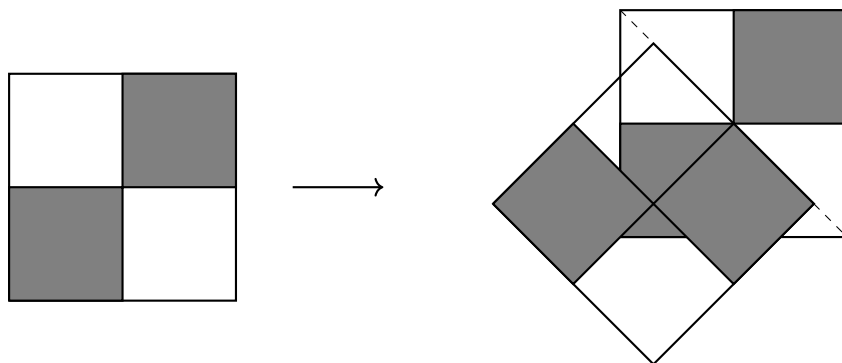
- De opgaven in deel 2 zijn open vragen. Schrijf je antwoord op het antwoordformulier op de aangegeven plek. Een berekening of uitleg is niet nodig.
- Voor elk volledig goed antwoord krijg je 3 punten. Voor foute antwoorden worden geen punten afgetrokken.
- Je mag gebruik maken van kladpapier. Verder is het gebruik van een passer en een liniaal of geodriehoek toegestaan. Rekenmachines en vergelijkbare hulpmiddelen zijn niet toegestaan.
- Je hebt voor deze opgaven 45 minuten de tijd. **Veel succes!**

1. In het rechthoekige kruis hiernaast zijn alle zijden even lang. De hoekpunten en middens van de zijden zijn met stippen aangegeven. Een rechte lijn heet een *halveringslijn* als hij door twee van die stippen gaat en het kruis verdeelt in twee delen van gelijke oppervlakte. Hoeveel halveringslijnen heeft het kruis?



2. Een kunstenaar heeft een bijzonder werkritme. Hij werkt 3 uur lang heel intensief aan zijn kunst, en slaapt dan 8 uur lang voordat hij weer begint te werken. Stel dat hij in de nacht van 31 juli op 1 augustus om middernacht begint te werken. Welke dag van augustus is de eerste dag na 1 augustus waarop de kunstenaar weer evenveel uren werkt als op 1 augustus?
3. Op een school zitten tussen de 500 en 1000 leerlingen. Voor een sportdag wil de gymleraar alle leerlingen in teams van acht personen verdelen. Er blijven drie leerlingen over. Als de gymleraar de leerlingen in teams van negen personen probeert te verdelen, blijven er opnieuw drie leerlingen over. Ook bij teams van tien personen blijven er drie leerlingen over. Hoeveel leerlingen zitten op de school?
4. Liselotte heeft een zak met 100 snoepjes die ofwel zoet ofwel bitter zijn. Ze wil kiezen tussen de volgende twee mogelijkheden.
- I) Ze eet alleen de helft van de zoete snoepjes op. De rest laat ze in de zak zitten.
- II) Ze eet alleen de helft van de bittere snoepjes op. De rest laat ze in de zak zitten.
- Het deel van de overgebleven snoepjes bij geval I dat bitter is, is drie keer zo groot als het deel van de overgebleven snoepjes bij geval II dat bitter is. Hoeveel bittere snoepjes zitten er (voordat ze gaat snoepen) in de zak?

5. Een vierkant met oppervlakte 4 is verdeeld in twee grijze en twee doorzichtige vierkantjes, alle met oppervlakte 1; zie de linker figuur. Over het vierkant wordt nog zo'n vierkant gelegd. De zijde van het tweede vierkant ligt precies midden op de diagonaal van het eerste vierkant; zie de rechter figuur.



Wat is de oppervlakte van het grijze gedeelte in de rechter figuur? Geef je antwoord als breuk die zo ver mogelijk vereenvoudigd is.

6. In een café kosten alle producten maximaal 12 dukaten. Op dit moment gebruikt de café-eigenaar alleen maar muntjes met een waarde van één dukaat. Dit is echter onpraktisch voor dure producten. De café-eigenaar heeft daarom besloten om naast de muntjes met een waarde van één dukaat nog twee typen muntjes met andere waarden in gebruik te nemen. Dat doet hij op zo'n manier dat er zoveel mogelijk waarden van 1 t/m 12 dukaten zijn die met maximaal twee muntjes betaald kunnen worden (zonder wisselgeld).
Hoeveel dukaten zijn de twee nieuwe typen muntjes waard?

7. Het getal van vier cijfers \overline{aabb} , dat wil zeggen het getal met de cijfers a , a , b en b , is een kwadraat van een geheel getal.
Van welk getal is \overline{aabb} het kwadraat?

8. We berekenen het product van twee getallen,

$$99 \dots 99 \times 99 \dots 99,$$

waarbij het eerste getal bestaat uit 20 negens, en het tweede uit 21 negens.
Welk getal krijg je als je de cijfers van de uitkomst bij elkaar optelt?