

Junior Wiskunde Olympiade

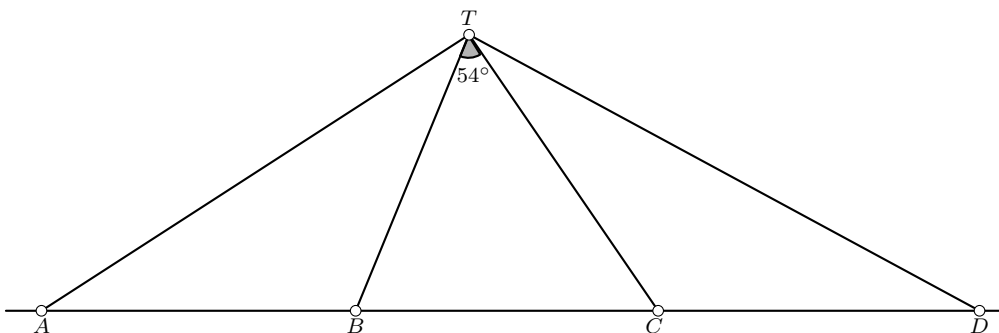
Opgaven deel 2



zaterdag 28 september 2019
Vrije Universiteit Amsterdam

- De opgaven in deel 2 zijn open vragen. Schrijf je antwoord op het antwoordformulier op de aangegeven plek. Een berekening of uitleg is niet nodig.
- Voor elk volledig goed antwoord krijg je 3 punten. Voor foute antwoorden worden geen punten afgetrokken.
- Je mag gebruik maken van kladpapier. Verder is het gebruik van een passer en een liniaal of geodriehoek toegestaan. Rekenmachines en vergelijkbare hulpmiddelen zijn niet toegestaan.
- Je hebt voor deze opgaven 45 minuten de tijd. **Veel succes!**

1. Van elk van de getallen 1 tot en met 2019 berekenen we het kwadraat. Van elk van deze kwadraten nemen we het laatste cijfer en vervolgens tellen we die 2019 cijfers bij elkaar op. Welk getal krijgen we als uitkomst?
2. De getallen $abcd$ en $dcba$ bestaan uit dezelfde vier cijfers a , b , c en d maar in omgekeerde volgorde. Als je deze twee getallen optelt, krijg je 13552. Wat is $a + b + c + d$?
3. Honderd scholieren hebben shirtjes aan met rugnummers van 1 tot en met 100. Ze gaan in een vierkant van tien rijen bij tien kolommen staan. Het blijkt dat wanneer je de tien rugnummers in een rij of in een kolom optelt, er altijd hetzelfde getal uit komt. Wat is die uitkomst?
4. Op een lijn liggen (in deze volgorde) vier punten A , B , C en D . Buiten de lijn ligt een punt T zó dat $|AB| = |BT|$ en $|CD| = |CT|$. Bovendien is hoek T van driehoek BTC gelijk aan 54 graden. In de figuur zie je een schets; hoeken en afmetingen kloppen niet precies. Bepaal hoek T van driehoek ATD .



5. Mieke heeft 21 kaarten op een stapel liggen. Mieke voert steeds de volgende handeling uit:

Ze pakt de bovenste twee kaarten van de stapel, verandert de volgorde van deze twee kaarten en legt ze vervolgens onderop (de bovenste kaart komt dus onderop de stapel).

Mieke gaat hier mee door totdat de kaarten weer op de oorspronkelijke volgorde liggen. Hoe vaak voert Mieke de handeling uit?

6. Het getal

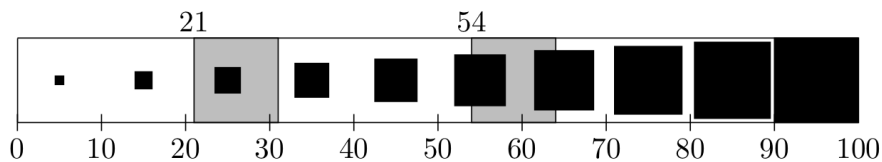
$$\underbrace{2222\ 9393 \dots 93\ 919}_{100 \text{ keer } 93}$$

wordt gedeeld door 2019. Van de uitkomst worden alle cijfers opgeteld. Wat is daarvan de uitkomst?

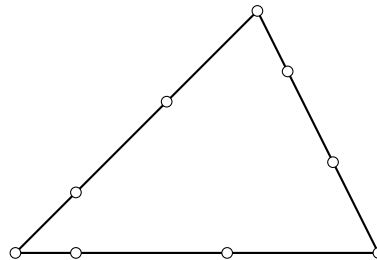
7. Op een witte strook van 100 mm lang en 10 mm breed staan tien zwarte vierkantjes met, van links naar rechts gekeken, zijden oplopend van 1 tot en met 10 mm. De middens van de vierkantjes liggen op het midden van de strip op achtereenvolgens 5, 15, ..., 95 mm van het begin (linkerkant) van de strook.

Over de strook beweegt van links naar rechts een doorzichtig vierkant (aangegeven in grijs). In de figuur staan twee mogelijke posities van het doorzichtige vierkant getekend: in de eerste ligt de linkerzijde op 21 mm vanaf het begin van de strook, in de andere op 54 mm. In beide gevallen is het deel van de strook onder het vierkant voor minder dan de helft zwart (in het eerste geval maar 9%). Er is één positie waarbij het deel van de strook onder het doorzichtige vierkant voor precies de helft zwart is.

Bereken voor die positie hoe ver de linkerzijde van het vierkant van het begin van de strook af ligt.



8. Gegeven is een driehoek met op iedere zijde nog twee extra punten. In totaal zijn er dus negen punten gegeven (zie figuur).



We willen drie van de negen punten kiezen zodanig dat die niet op één lijn liggen. Twee mogelijke keuzes zijn bijvoorbeeld: (1) de drie hoekpunten van de driehoek en (2) het linker hoekpunt en de twee extra punten op de overstaande zijde. Hoeveel mogelijke keuzes zijn er in totaal, de twee gegeven mogelijkheden meegerekend?