

Finale

Nederlandse Wiskunde Olympiade

Versie klas 4 en lager



vrijdag 12 september 2025
Technische Universiteit Eindhoven

- Beschikbare tijd: 3 uur.
- Elke opgave is 10 punten waard. Voor gedeeltelijke oplossingen kunnen ook punten verdiend worden.
- Niet alleen het (eind)antwoord is van belang; alle stappen in je redenering moet je ook duidelijk opschrijven.
- Je mag geen rekenmachine of ander elektronisch hulpmiddel gebruiken en geen formulekaart; alleen een pen, een passer, een liniaal of geodriehoek en natuurlijk je gezonde verstand.
- Maak iedere opgave op een apart vel en lever ook (per opgave!) je kladpapier in. Veel succes!

1. Op drie van de 25 vakjes van een vierkante kraskaart van 5×5 vakjes valt een prijs. Bekend is alleen dat die drie vakjes tegen elkaar aan zitten en samen een 3×1 -rechthoek (horizontaal of verticaal) vormen. Je betaalt voor de kraskaart een bedrag in euro's dat gelijk is aan het aantal vakjes dat je mag open krassen (dus voor 6 euro mag je 6 vakjes open krassen).
Wat is het kleinste aantal euros dat je moet betalen voor de kraskaart om zeker te weten dat je een prijs wint?

2. We bekijken de vergelijking

$$n! - (n-1)n = 4p^2$$

waarbij n een positief geheel getal is en p een priemgetal. (Hierbij staat $n!$ voor het product van de getallen 1 tot en met n . Zo is $4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$.)

- (a) Onderzoek voor welke $1 \leq n \leq 5$ deze vergelijking een oplossing (n, p) heeft.
(b) Bewijs dat er geen oplossingen (n, p) zijn voor $n \geq 6$.

3. Amber heeft een vierkant bestaande uit 10×10 vierkante vakjes. Een voor een kiest ze willekeurig een van de honderd vakjes en vult dat met een getal. Het getal dat ze in een vakje zet is altijd gelijk aan het totaal aantal vakjes dat al is ingevuld in de rij en de kolom van dat vakje. In het eerste vakje dat ze kiest komt dus een 0, in het tweede vakje een 0 of een 1, afhankelijk van of dit in een nieuwe rij én een nieuwe kolom komt of niet, et cetera. In elk vakje komt dus een getal van 0 t/m 18.
Als Amber in elk vakje een getal heeft ingevuld, telt ze alle getallen bij elkaar op. Wat is/zijn de mogelijke uitkomst(en) van deze optelsom?

4. Binnen een driehoek ABC ligt een punt P met de eigenschap dat $\angle ACP = \angle BAP$ en $\angle BCP = \angle ABP$. De lijn door C en P snijdt de zijde AB in het punt D .
Bewijs dat D het midden is van het lijnstuk AB .

5. De hoekpunten van een regelmatige n -hoek zijn met de klok mee genummerd van 0 tot en met $n - 1$. We hebben n pionnen, ook genummerd van 0 tot en met $n - 1$, en we zetten op elk hoekpunt één van de pionnen. Voor elke pion bekijken we hoeveel hoekpunten hij met de klok mee moet opschuiven om op het hoekpunt met z'n eigen nummer te komen. We willen de pionnen zó neerzetten dat die n getallen verschillend zijn.
- (a) Laat zien dat dit altijd kan als n oneven is.
 - (b) Laat zien dat dit niet kan als n even is.