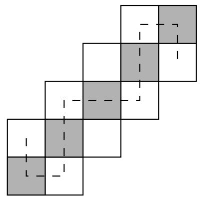
Eerste ronde
Nederlandse Wiskunde Olympiade

19 januari – 30 januari 2026

Uitwerkingen



A1. D) 11 Kleur de vakjes van de figuur afwisselend wit en zwart zoals op een schaakbord, zie de figuur hiernaast. De muis moet afwisselend van een wit vakje naar een zwart vakje gaan en andersom. Er zijn in totaal 5 zwarte vakjes en 8 witte vakjes. De muis bezoekt even veel witte als zwarte vakjes, behalve als de muis een oneven aantal vakjes bezoekt: dan is er één meer van één van beide kleuren. Het best mogelijke resultaat voor de muis is dus 11 vakjes: 5 zwarte en 6 witte. Dat kan bijvoorbeeld bereikt worden door het pad in de figuur hiernaast te volgen.

A2. B) 2-3 In de rij van zeven dominostenen moet elk getal een even aantal keer voorkomen, behalve mogelijk de twee getallen aan de uiteinden van de rij. Als we kijken naar de acht dominostenen die Emre getrokken heeft, zien we dat de getallen 1, 2, 3 en 6 een oneven aantal keer voorkomen en de getallen 0, 4 en 5 een even aantal keer. Omdat er maar twee getallen een oneven aantal keer kunnen voorkomen, moet de dominosteen die Emre niet gebruikt dus twee van de getallen 1, 2, 3 en 6 bevatten. De enige dominosteen die daaraan voldoet is 2-3. We zien dat de overige zeven stenen inderdaad op een rij gelegd kunnen worden, bijvoorbeeld als volgt:

1-0, 0-4, 4-2, 2-2, 2-5, 5-4, 4-6.

A3. B) 3 Als n leerlingen altijd de waarheid spreken, dan moet het antwoord "n" minstens n keer voorkomen in de antwoorden van de leerlingen. Het kan zijn dat het antwoord vaker voorkomt, omdat er leerlingen zijn die soms de waarheid spreken. Van de vijf verschillende antwoorden "twee", "drie", "vier", "vijf" en "zes", is er maar één dat hieraan voldoet. Dat is het antwoord "drie", dat in totaal 4 keer gegeven werd. Er zijn dus drie leerlingen die altijd de waarheid spreken.

A4. E) stoel E Persoon B zit op stoel A of stoel C. We proberen beide mogelijkheden.

Als persoon B op stoel A zit, dan zijn de stoelen A en D bezet. Personen C, D en E moeten dus op stoelen B, C en E zitten, maar dan lukt het niet meer om persoon E tussen persoon C en D te krijgen.

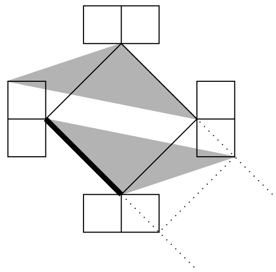
Persoon B zit dus op stoel C. Dan zit persoon C juist op stoel B. Omdat persoon E naast persoon C moet zitten, moet persoon E nu wel op stoel A zitten en direct daarnaast op stoel E zit persoon D. We vinden al met al de volgende stoelindeling:

stoel	A	B	C	D	E
persoon	E	C	B	A	D

A5. D) 70 Stel dat de bak R rode, W witte en B blauwe ballen heeft. Dan weten we dus dat $W + B = 4R$ en $R + B = 6W$. Als we de tweede vergelijking van de eerste aftrekken, vinden we dat $W - R = 4R - 6W$, oftewel $W = \frac{5}{7}R$. Als we dit in de eerste vergelijking invullen, vinden we dat $B = 4R - \frac{5}{7}R = \frac{23}{7}R$.

We zien nu dat R deelbaar door 7 moet zijn. Bovendien moet R ook nog even zijn, dus R is een veelvoud van 14, zeg $R = 14n$ voor een positief geheel getal n. Dan krijgen we dat $W = 10n$ en $B = 46n$. Het totaal aantal ballen, $R + B + W = 70n$, is positief en kleiner dan 100, dus n moet wel gelijk aan 1 zijn. Er zijn in totaal dus 70 ballen.

A6. E) die is constant Bekijk de onderste rode driehoek. Neem de zijde linksonder als basis. Die basis hangt niet af van hoe groot de kleine vierkantjes zijn. Omdat de diagonalen van de kleine vierkantjes evenwijdig zijn aan de zijden van het grote vierkant, is de hoogte van de rode driehoek ook altijd hetzelfde. De oppervlakte hangt dus niet af van de afmetingen van de kleine vierkantjes.



A7. B) 2 Aan beide kanten van het getal 3 kan alleen het getal 1 staan. De enige manier om een rij te maken zonder meer 1'en dan 3'en te gebruiken, is door te beginnen met 3131 ... 31 en/of door te eindigen met 1313 ... 13 en daarbij alle 1'en en 3'en te gebruiken. Op dezelfde manier kan er naast een 2 alleen een 4 staan. De enige manier om een rij te maken zonder meer 4'en dan 2'en te gebruiken, is door te beginnen met 2424 ... 24 en/of door te eindigen met 4242 ... 42 en daarbij alle 2'en en 4'en te gebruiken. We komen tot de conclusie dat er twee rijen mogelijk zijn:

$$3131\ldots 314242\ldots 42 \qquad \text{en} \qquad 2424\ldots 241313\ldots 13.$$

A8. C) 5 Dana begint met een oneven getal en door de stappen die ze doet bij kop en munt, blijft dit ook steeds een oneven getal. We bekijken hoe het eindcijfer 1, 3, 5, 7 of 9 verandert als ze kop of munt gooit:

	1	3	5	7	9
kop	3	7	1	5	9
munt	3	7	1	5	9

We zien dat het voor het eindcijfer niet uitmaakt of Dana kop of munt gooit. Het eindcijfer 9 blijft altijd een 9 en de andere vier cijfers komen telkens terug na vier stappen: $1 \to 3 \to 7 \to 5 \to 1 \to \ldots$. Omdat 2024 deelbaar is door 4, is het eindresultaat na 2026 keer een muntje opwerpen hetzelfde als na 2 keer een muntje opwerpen. Om te eindigen met een getal dat eindigt op een 3, moet Dana dus begonnen zijn met een getal dat eindigt op een 5.

B1. 333 Merk op dat de getallen allemaal twee cijfers hebben. Een getal met een van de cijfers 0, 3, 6 of 9 is alleen maar deelbaar door 3 als het andere cijfer ook een 0, 3, 6 of 9 is. We kunnen 9 niet met een 0 combineren, want dan is het getal deelbaar door 9. Om dezelfde reden kunnen we 6 en 3 niet combineren. Het is eenvoudig na te gaan dat van de overgebleven combinaties de grootste som $93 + 60 = 153$ is.

Van de overgebleven zes cijfers kunnen we ook nagaan met welk ander cijfer ze gecombineerd kunnen worden:

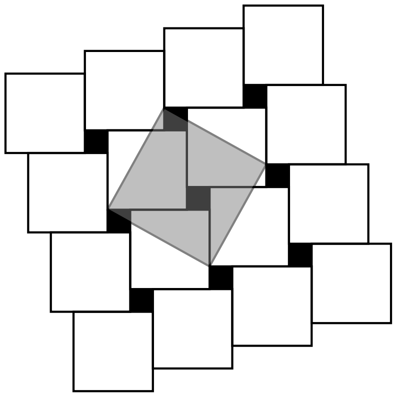
$$8 - 4 - 2 - 1 - 5 - 7 - 8,$$

waarbij er een lijn tussen twee cijfers loopt als ze samen kunnen voorkomen. Er zijn twee manieren om tweetallen te maken. Om een zo groot mogelijke som te krijgen, zetten we het grootste cijfer vooraan:

$$84 + 21 + 75 = 180 \qquad \text{of} \qquad 42 + 51 + 87 = 180.$$

In beide gevallen is de totale uitkomst gelijk aan $153 + 180 = 333$.

B2. 198 We bekijken wat er gebeurt als we de grijze tegel transparant maken. We zien dat het witte stukje rechtsonder (zichtbaar onder de transparante tegel) precies past op het witte stukje linksboven, en dat deze stukjes samen een wit vierkant vormen. Op dezelfde manier kunnen we het witte vierkant rechtsboven compleet maken door het heel kleine driehoekje linksboven en het stuk linksonder erbij te leggen. Ten slotte vormen de zwarte stukjes linksonder en linksboven samen precies een zwart vierkantje. De totale oppervlakte van het grijze vierkant is dus twee keer de oppervlakte van een wit vierkant plus twee keer die van een zwart vierkant: dat is $2 \cdot 92 + 2 \cdot 7 = 198$.



Alternatief: in plaats van met "plakken en knippen" kunnen we dit ook helemaal algebraïsch aanpakken. We noemen de zijde van het zwarte vierkantje x *en die van het witte vierkant* y. *Er is dan gegeven dat* $x^2 = 7$ *en* $y^2 = 92$. *De zijde* z *van de grijze tegel is de schuine zijde van een rechthoekige driehoek met rechthoekszijden* $x + y$ *en* $y - x$. *Met Pythagoras vinden we hiermee dat* $z = \sqrt{(x+y)^2 + (y-x)^2} = \sqrt{(x^2 + 2xy + y^2) + (y^2 - 2xy + x^2)} = \sqrt{2x^2 + 2y^2}$, *waarmee we vinden dat de oppervlakte van de grijze tegel gelijk is aan* $z^2 = 2x^2 + 2y^2 = 2 \cdot 7 + 2 \cdot 92 = 198$.

B3. 168 Een tijdstip begint altijd met de uren die tussen 00 en 23 moeten liggen, maar omdat het eerste cijfer niet een 0 mag zijn, zijn alleen 10 tot en met 23 mogelijk; dat zijn 14 mogelijkheden. Omdat elke maand minstens 28 dagen heeft, zijn die begincijfers ook altijd mogelijk voor een datum. Ook zijn die begincijfers mogelijk voor een jaartal.

De laatste twee cijfers moeten een maand vormen. Daarvoor zijn alleen de 12 mogelijkheden 01 tot en met 12. Dat zijn ook allemaal geldige mogelijkheden voor de laatste twee cijfers van een tijd of jaartal. In totaal zijn er dus $14 \cdot 12 = 168$ getallen van vier cijfers, niet met een nul beginnend, die tegelijkertijd een tijdstip, datum en jaartal aangeven.

B4. 5 De delingen waaraan de getallen moeten voldoen, kan je ook opschrijven als vermenigvuldigingen. Zo zien we dat $B = C \cdot F$, $C = G \cdot D$ en $F = G \cdot I$. Als we deze vergelijkingen van achter naar voren in elkaar invullen, vinden we dat $B = G \cdot G \cdot D \cdot I$. Hieruit volgt dat $B = 150$ deelbaar is door G^2. De enige kwadraten die een deler zijn van 150, zijn $1^2 = 1$ en $5^2 = 25$, maar $G = 1$ mag niet. Dus kan G alleen 5 zijn.

Uit $150 = 5 \cdot 5 \cdot D \cdot I$ volgt dat er nu twee opties zijn: ofwel $D = 2$ en $I = 3$, ofwel $D = 3$ en $I = 2$. Voor allebei deze opties is een oplossing te vinden, zoals je ziet in de piramides hieronder.

$$\begin{array}{ccccccc} 6750 & : & 150 & : & 10 & : & 2 \\ & 45 & : & 15 & : & 5 & \\ & & 3 & : & 3 & & \\ & & & 1 & & & \end{array} \qquad \begin{array}{ccccccc} 3000 & : & 150 & : & 15 & : & 3 \\ & 20 & : & 10 & : & 5 & \\ & & 2 & : & 2 & & \\ & & & 1 & & & \end{array}$$