

Eerste ronde

Nederlandse Wiskunde Olympiade



22 januari – 2 februari 2024

- Beschikbare tijd: 2 uur (120 minuten).
- De A-vragen zijn vijfkeuzevragen. Bij elke vraag is één van de vijf mogelijkheden juist. Geef op het antwoordformulier duidelijk de letter van het goede antwoord aan. Voor een goed antwoord krijg je 2 punten, voor een fout antwoord 0 punten.
- Bij de B-vragen moet je een of meerdere getallen als antwoord geven. Voor een goed antwoord krijg je 5 punten en voor een fout antwoord 0 punten. Werk dus rustig en nauwkeurig, want een kleine rekenfout kan tot gevolg hebben dat je antwoord fout is.
LET OP: geef je antwoorden in exacte vorm zoals $\frac{11}{81}$ of $2 + \frac{1}{2}\sqrt{5}$ of $\frac{1}{4}\pi + 1$ of 3^{100} .
- Je mag geen rekenmachine of ander elektronisch hulpmiddel gebruiken, geen formulekaart; alleen pen en papier, een passer, een liniaal of geodriehoek en natuurlijk je gezonde verstand.
- Na afloop van de wedstrijd lever je het antwoordformulier, dit opgavenvel en kladpapier in. Vanaf 3 februari zijn de opgaven en uitwerkingen te vinden op www.wiskundeolympiade.nl.
- Veel succes!

A-vragen

1. We noemen een positief geheel getal *kwadraardig* als elke twee cijfers die naast elkaar staan in het getal, een kwadraat vormen. Het getal 364 is bijvoorbeeld kwadraardig, want zowel 36 als 64 is een kwadraat.
Hoeveel cijfers heeft het grootste kwadraardige getal?
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6
2. Caitlin maakte in oktober elke dag een lange wandeling. Alleen op de 16 dagen dat er regen werd verwacht, nam ze een paraplu mee. Van de 31 dagen van oktober was de regenverwachting op precies 21 dagen correct. Gelukkig had Caitlin op de dagen dat het ging regenen altijd haar paraplu bij zich.
Hoeveel dagen heeft het niet geregend?
A) 6 B) 10 C) 16 D) 21 E) 25
3. Montasser maakt een rij getallen. De eerste twee getallen zijn 6 en 15. Hij maakt steeds het volgende getal in de rij door het laatste getal te delen door het getal daarvoor en het resultaat te vermenigvuldigen met 2. Zo is het derde getal in de rij dus $\frac{15}{6} \cdot 2 = 5$ en het vierde getal is $\frac{5}{15} \cdot 2 = \frac{2}{3}$.
Wat is het honderdste getal in de rij?
A) 15 B) 5 C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{4}{15}$ E) $\frac{4}{5}$

4. We plaatsen de cijfers 1 tot en met 9 één voor één in een 3×3 -rooster. Het cijfer 1 mag in een willekeurig vakje worden geplaatst; elk volgend cijfer komt in een vakje dat horizontaal of verticaal grenst aan het vakje waar het vorige cijfer in staat. Zie bijvoorbeeld het plaatje hiernaast. We noemen zo'n rooster een *slangrooster*. De score van een vakje in een slangrooster is de som van de cijfers in alle vakjes die met een zijde aan het vakje grenzen. De totaalscore van een slangrooster is de som van de scores van al zijn vakjes. Zo heeft het slangrooster in het voorbeeld (rij voor rij, van links naar rechts opgeteld) totaalscore $6 + 13 + 10 + 9 + 20 + 19 + 10 + 15 + 14 = 116$. Hoeveel mogelijke totaalscores kan zo'n slangrooster hebben?

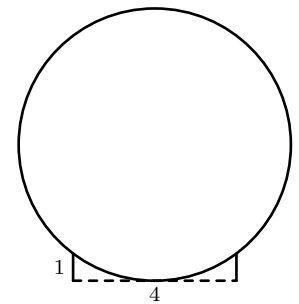
1	2	9
4	3	8
5	6	7

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. Xander tekent op een oneindig vel papier vijf punten en een aantal oneindig lange lijnen, op zo'n manier dat op elke lijn minstens twee van die punten liggen en dat de lijnen elkaar alleen snijden in punten die Xander heeft getekend. Wat is het maximale aantal lijnen dat Xander getekend kan hebben?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

6. Bij de tafeltennisclub van Matthijs leggen ze hun pingpongballetjes altijd op een tafel met cilindervormige balhouders. Hiernaast zie je het zij-aanzicht van een pingpongballetje bovenop een balhouder. De onderkant van het balletje raakt precies de tafel. Het is bekend dat de balhouder 4 centimeter breed is en 1 centimeter hoog.



Hoeveel centimeter is de straal van het balletje? *Let op: het plaatje is niet op schaal.*

- A) $2\frac{1}{3}$ B) $2\frac{1}{2}$ C) $2\frac{2}{3}$ D) $2\frac{5}{6}$ E) 3

7. Precies één van de volgende uitspraken is waar: welke? *Let op, de getallen a en b hoeven niet geheel te zijn.*

- A) Er bestaan geen $a > 0$ en $b > 0$ met $a \cdot b < \frac{a}{b} < a + b$.
 B) Er bestaan geen $a > 0$ en $b > 0$ met $a \cdot b < a + b < \frac{a}{b}$.
 C) Er bestaan geen $a > 0$ en $b > 0$ met $a + b < a \cdot b < \frac{a}{b}$.
 D) Er bestaan geen $a > 0$ en $b > 0$ met $\frac{a}{b} < a \cdot b < a + b$.
 E) A) t/m D) zijn onwaar.

8. Birgit heeft tien kaarsen. Elke kaars heeft een brandduur van drie uur. Op een gegeven moment steekt ze een van die kaarsen aan. Vanaf dat moment wil ze de tien kaarsen laten branden onder de volgende voorwaarden:

1. elke volgende kaars steekt ze pas na een geheel aantal uren aan;
2. er moet steeds minstens één kaars branden;
3. geen enkele kaars wordt uitgeblazen;
4. als in een periode tussen twee gehele uren één bepaalde kaars of combinatie van kaarsen brandt, dan mag in de volgende periode tussen twee gehele uren niet precies dezelfde kaars of combinatie van kaarsen branden.

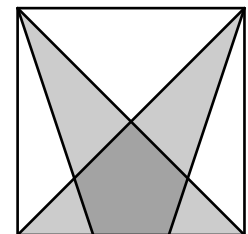
Hoeveel uur duurt het onder die voorwaarden maximaal totdat alle tien kaarsen uitgebrand zijn?

- A) 12 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

B-vragen

1. Morgen gaat de familie Janssen met de auto op reis en ze hebben daarvoor een mooie route op het oog. De jongste van het gezin merkt op dat hun geplande tussenstop in Duitsland qua afstand precies halverwege de route ligt. Vader reageert: “Wanneer we morgen na 150 kilometer de grens over gaan, dan ligt onze tussenstop op nog maar een vijfde van de overgebleven route”. Hoeveel kilometer lang is de route van de familie Janssen?
2. De klas van Floor bestaat uit 16 leerlingen, inclusief Floor zelf. Alle leerlingen hebben een toets gemaakt met vier vragen. Iedere vraag was een (positief) geheel aantal punten waard. Elke vraag is volledig goed of volledig fout gerekend; er zijn geen deelpunten gegeven. De vraag waarmee de meeste punten te verdienen waren, was precies 4 punten meer waard dan de vraag die de minste punten waard was. Alle leerlingen behaalden een verschillende score; Floor had zelf alles goed. Hoeveel punten heeft Floor minstens gescoord?

3. Hiernaast zie je een vierkant met zijde 1. Vanuit de twee bovenhoeken van dat vierkant schijnen twee spotlights op de onderzijde. Het linker spotlight beschijnt precies tweederde van de onderzijde aan de rechterkant en het rechter spotlight beschijnt precies tweederde van de onderzijde aan de linkerkant. In de figuur zie je dat er een gedeelte (in donkergrijs) is dat door beide spotlights wordt belicht.



Wat is de oppervlakte van het donkergrijze gebied?

4. Pjotr heeft een bad met een stop in de bodem dat hij kan vullen met twee identieke kranen. Het water stroomt uit beide kranen met dezelfde constante snelheid, en het bad loopt (als de stop er niet in zit) met een constante snelheid leeg. Op maandag laat Pjotr het bad tot de rand toe vol lopen door één kraan volledig open te draaien, waarna hij de stop eruit trekt en wacht tot het bad weer leeg is. Pas als het bad leeg is, draait hij de kraan weer dicht. Op dinsdag laat hij het bad tot de rand toe vol lopen door beide kranen volledig open te draaien, waarna hij de stop eruit trekt en wacht tot het bad weer leeg is. Pas als het bad leeg is, draait hij de kranen weer dicht. Op beide dagen is Pjotr precies 45 minuten bezig geweest van het opendraaien van de kraan/kranen tot het weer dichtdraaien ervan. Hoeveel minuten duurt het om een vol bad helemaal leeg te laten lopen als beide kranen uit staan?