

Eerste ronde

Nederlandse Wiskunde Olympiade

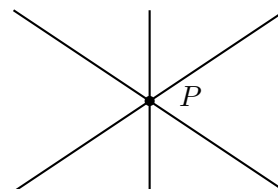


17–27 januari 2022

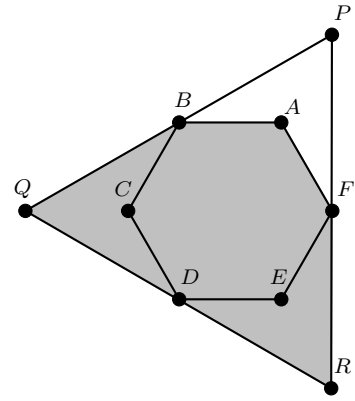
- Beschikbare tijd: 2 uur (120 minuten).
- De A-vragen zijn vijfkeuzevragen. Bij elke vraag is één van de vijf mogelijkheden juist. Geef op het antwoordformulier duidelijk de letter van het goede antwoord aan. Voor een goed antwoord krijg je 2 punten, voor een fout antwoord 0 punten.
- Bij de B-vragen moet je een of meerdere getallen als antwoord geven. Voor een goed antwoord krijg je 5 punten en voor een fout antwoord 0 punten. Werk dus rustig en nauwkeurig, want een kleine rekenfout kan tot gevolg hebben dat je antwoord fout is.
LET OP: geef je antwoorden in exacte vorm zoals $\frac{11}{81}$ of $2 + \frac{1}{2}\sqrt{5}$ of $\frac{1}{4}\pi + 1$ of 3^{100} .
- Je mag geen rekenmachine gebruiken, geen formulekaart; alleen pen en papier, een passer, een liniaal of geodriehoek en natuurlijk je gezonde verstand.
- Na afloop van de wedstrijd lever je het antwoordformulier, dit opgavenvel en kladpapier in. Vanaf 29 januari zijn de opgaven en uitwerkingen te vinden op www.wiskundeolympiade.nl.
- Veel succes!

A-vragen

1. Een eilandengroep bestaat uit een groot, een middelgroot en een klein eiland. De gezamenlijke oppervlakte van de drie eilanden is 23 km^2 . Het verschil tussen de oppervlaktes van het grote en het middelgrote eiland blijkt precies 1 km^2 meer te zijn dan de oppervlakte van het kleine eiland. Hoeveel km^2 is de oppervlakte van het grote eiland?
A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14
2. Kevin tekent een punt P op een groot vel papier. Vervolgens tekent hij één voor één rechte lijnen die door het punt P heen gaan. Hoeveel lijnen moet Kevin minstens tekenen om er zeker van te zijn dat er op het vel papier twee lijnen staan met een onderlinge hoek van minder dan 13 graden?
A) 9 B) 13 C) 14 D) 27 E) 28
3. Sofie en haar oma zijn beide op 1 januari jarig. De leeftijd van oma is in zes opeenvolgende jaren een geheel veelvoud van de leeftijd van haar kleindochter Sofie. Voor het zevende jaar geldt dat niet. Een paar jaar later is de leeftijd van oma opnieuw een geheel veelvoud van de leeftijd van Sofie. Hoe oud kan oma dan zijn?
A) 63 B) 66 C) 70 D) 90 E) 91
4. Als je de cijfers van het getal 2022 bij elkaar optelt, krijg je 6. Hoeveel getallen van 4 cijfers (inclusief 2022 zelf) zijn er waarbij je, als je de cijfers bij elkaar optelt, 6 krijgt? De getallen mogen niet met een 0 beginnen.
A) 40 B) 45 C) 50 D) 55 E) 56



5. Gegeven is de gelijkzijdige driehoek PQR . Binnen deze driehoek is een regelmatige zeshoek $ABCDEF$ getekend. Punten B , D en F zijn de middens van de zijden van driehoek PQR . De oppervlakte van de vijfhoek $QBAFR$ is gelijk aan 1. Wat is de oppervlakte van driehoek PQR ?



- A) $\frac{11}{10}$ B) $\frac{7}{6}$ C) $\frac{6}{5}$ D) $\frac{5}{4}$ E) $\frac{4}{3}$

6. Een bak bevat rode, witte en blauwe ballen. Het aantal rode ballen is een even getal en het totale aantal ballen in de bak is kleiner dan 100. Het aantal witte en blauwe ballen samen is 4 keer zo groot als het aantal rode ballen. Het aantal rode en blauwe ballen samen is 6 keer zo groot als het aantal witte ballen. Hoeveel ballen zitten er in de bak?

- A) 28 B) 30 C) 35 D) 70 E) 84

7. In een toernooi met de vier teams A, B, C en D speelde elk team eenmaal tegen elk ander team in drie rondes van elk twee gelijktijdige wedstrijden. Geen enkel team won of verloor alle wedstrijden en geen enkele wedstrijd eindigde in een gelijkspel. Bekend is dat team A in de eerste en derde ronde won. Verder won team C in de eerste ronde en verloor team D in de tweede ronde. Vijf mensen doen na afloop uitspraken over het toernooi, maar slechts één van hen spreekt de waarheid.

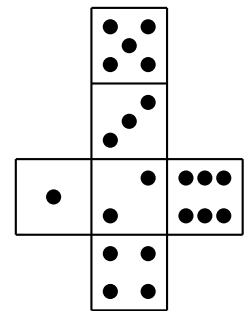
Welke uitspraak is waar?

- A) A en B speelden tegen elkaar in ronde 1 B) C won van B
 C) A en D speelden tegen elkaar in ronde 3 D) D won van A
 E) B en C speelden tegen elkaar in ronde 2

8. Michael print de uitslag hiernaast twee keer op karton en maakt er twee identieke dobbelstenen van zodanig dat de zichtbare ogen aan de buitenkant van de dobbelsteen komen. Hij zet ze op elkaar tot een torentje. Het voorste zijvlak van de onderste dobbelsteen laat 3 ogen zien. Het aantal ogen op de twee raakvlakken van de dobbelstenen samen is gelijk aan 9. Het totaal aantal ogen op de achterkant van het torentje is driemaal het totaal aantal ogen op de rechterkant van het torentje.

Hoeveel ogen zitten er op het vlak dat de grond raakt?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 5 E) 6

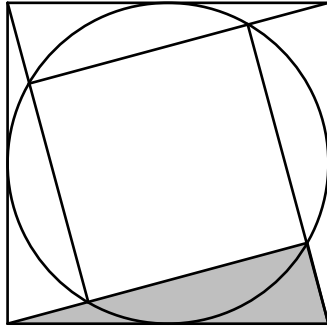


B-vragen

1. Zet de getallen 1 t/m 15 op een rij, zo dat twee getallen naast elkaar steeds optellen tot een kwadraat.

Wat is de uitkomst als we het eerste en laatste getal bij elkaar optellen?

2. In onderstaande figuur heeft het grote vierkant zijde 6. De cirkel raakt aan alle zijden van het grote vierkant. De vier driehoeken zijn precies gelijke rechthoekige driehoeken en staan direct tegen elkaar aan; het kleine vierkant dat zij insluiten, heeft zijn hoekpunten precies op de cirkel.



Wat is de oppervlakte van de grijze driehoek?

3. Op een congres zijn alle aanwezigen wiskundige of bioloog en is er niemand zowel wiskundige als bioloog. De wiskundigen kennen elkaar allemaal en kennen elk vier van de biologen. De biologen kennen elkaar allemaal en kennen elk negen van de wiskundigen. Het blijkt dat elke wiskundige precies twee keer zoveel mensen kent als elke bioloog. (Als persoon A persoon B kent, dan kent persoon B ook persoon A.)

Hoeveel wiskundigen zijn er op het congres?

4. Op een 8×8 -bord zit op elk vakje een kever. Op een zeker moment verandert de verdeling van de kevers op het bord: elke kever kruipt ofwel een vakje naar links ofwel een vakje schuin naar rechtsonder. Kan een kever geen van beide bewegingen maken zonder van het bord te vallen, dan blijft hij op zijn vakje zitten.

Hoeveel vakjes kunnen er door deze verandering maximaal onbezet raken?