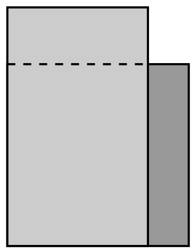
Eerste ronde
Nederlandse Wiskunde Olympiade

20 januari – 30 januari 2020

- Beschikbare tijd: 2 uur (120 minuten).
- De A-vragen zijn vijfkeuzevragen. Bij elke vraag is één van de vijf mogelijkheden juist. Geef op het antwoordformulier duidelijk de letter van het goede antwoord aan. Voor een goed antwoord krijg je 2 punten, voor een fout antwoord 0 punten.
- Bij de B-vragen moet je een of meerdere getallen als antwoord geven. Voor een goed antwoord krijg je 5 punten en voor een fout antwoord 0 punten. Werk dus rustig en nauwkeurig, want een kleine rekenfout kan tot gevolg hebben dat je antwoord fout is.
  LET OP: geef je antwoorden in exacte vorm zoals $\frac{11}{81}$ of $2 + \frac{1}{2}\sqrt{5}$ of $\frac{1}{4}\pi + 1$ of 3^{100}.
- Je mag geen rekenmachine gebruiken, geen formulekaart; alleen pen en papier, een passer, een liniaal of geodriehoek en natuurlijk je gezonde verstand.
- Na afloop van de wedstrijd lever je het antwoordformulier, dit opgavenvel en eventueel kladpapier in. Vanaf 1 februari zijn de opgaven en uitwerkingen te vinden op `www.wiskundeolympiade.nl`.
- Veel succes!

A-vragen

1. Francisca heeft een vierkant stuk papier met zijden van 10 cm. Ze heeft ook een rechthoekig stuk papier met precies dezelfde oppervlakte als het vierkante stuk papier. Ze legt de rechthoek netjes recht bovenop het vierkant, zo dat van beide vellen de hoeken linksonder precies samenvallen. Precies een kwart van het vierkant blijft onbedekt door de rechthoek.
Hoeveel centimeter lang is de langste zijde van de rechthoek?



A) 12 B) $12\frac{1}{4}$ C) $12\frac{1}{2}$ D) $12\frac{3}{4}$ E) $13\frac{1}{3}$

2. Kwik, Kwek en Kwak liegen elk precies twee opeenvolgende dagen van de week en spreken de andere vijf dagen de waarheid. Geen twee van hen liegen op dezelfde dag. Oom Donald wil weten wie van zijn neefjes de snoeppot leeggegeten heeft. De neefjes zelf weten dondersgoed wie van de drie dat heeft gedaan. Op zondag zegt Kwik dat Kwek het was. Op maandag zegt Kwik dat het Kwek toch niet was, terwijl Kwak beweert dat Kwik in elk geval onschuldig is. Op dinsdag echter, zegt Kwak dat Kwik het toch gedaan heeft.
Wie heeft de snoeppot leeggegeten?

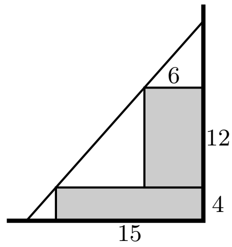
A) Het was Kwik.
B) Het was Kwek.
C) Het was Kwak.
D) Het was Kwik of Kwek, maar je kunt niet met zekerheid weten wie van de twee.
E) Het was Kwik of Kwak, maar je kunt niet met zekerheid weten wie van de twee.

3. We bekijken getallen van twee cijfers (het eerste cijfer mag dus niet 0 zijn). Zo'n getal noemen we *ijdel* als de twee cijfers bij elkaar opgeteld minstens zo groot zijn als de twee cijfers met elkaar vermenigvuldigd. Het getal 36 is bijvoorbeeld *niet* ijdel, want $3 + 6$ is kleiner dan $3 \cdot 6$.
Hoeveel getallen van twee cijfers zijn ijdel?

A) 17 B) 18 C) 26 D) 27 E) 37

GA VERDER OP DE ACHTERKANT

4. Een kist van 4 dm bij 15 dm ligt tegen de muur aan geschoven. Hierop staat een tweede kist, van 12 dm bij 6 dm. Een ladder raakt precies de grond, de twee kisten en de muur. Zie de weergave in de figuur (niet op schaal). Hoeveel dm lang is de ladder?



A) 30 B) $8\sqrt{15}$ C) 31 D) $22\sqrt{2}$ E) $18\sqrt{3}$

5. Op een 4×4-bord zitten 16 sprinkhanen, elk op een eigen vakje. Op een bepaald moment springt elke sprinkhaan naar een aangrenzend vakje: een vakje omhoog, omlaag, naar rechts of naar links, maar niet diagonaal en niet van het bord af.
Wat is het maximale aantal vakjes dat daarna leeg kan zijn?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

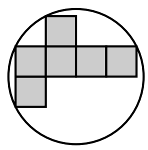
6. In de tabel hieronder is elk van de drie rijen een kloppende rekensom (met ÷ wordt deling aangegeven). Ook elk van de drie kolommen is (van boven naar beneden gelezen) een kloppende rekensom. In de tabel zijn echter de cijfers vervangen door letters. Verschillende letters staan voor verschillende cijfers en alle cijfers zijn ongelijk aan 0.

$$\begin{array}{ccccc} \text{ABC} & - & \text{ADF} & = & \text{F} \\ + & & - & & - \\ \text{ADD} & \div & \text{GC} & = & \text{C} \\ = & & = & & = \\ \text{CEF} & \div & \text{GD} & = & \text{D} \end{array}$$

Voor welk cijfer staat de letter E?

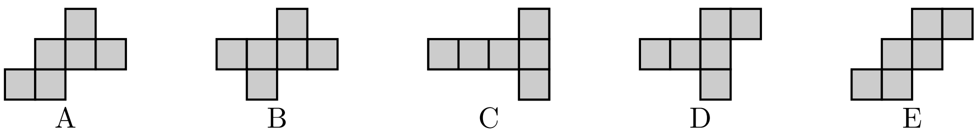
A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

7. We bekijken figuren bestaande uit zes vierkantjes waarvan de zijden lengte 1 hebben. De *straal* van zo'n figuur is de straal van de kleinste cirkel waar de figuur in past. Hiernaast staat een voorbeeld van een figuur met straal $\sqrt{5}$.

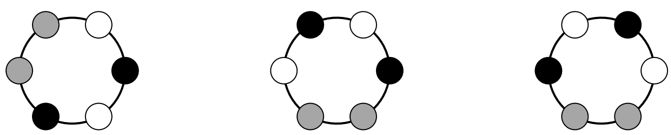


Welke van de vijf onderstaande figuren heeft de kleinste straal?

A) A B) B C) C D) D E) E



8. Lieneke maakt armbandjes met kralen. Elk armbandje heeft zes kralen: twee witte, twee grijze en twee zwarte kralen. Sommige armbandjes lijken op het eerste gezicht verschillend, maar zijn dat toch niet: als je de één om- of ronddraait, blijkt hij toch gelijk te zijn aan de andere. Zo zijn onderstaande drie armbandjes bijvoorbeeld hetzelfde.



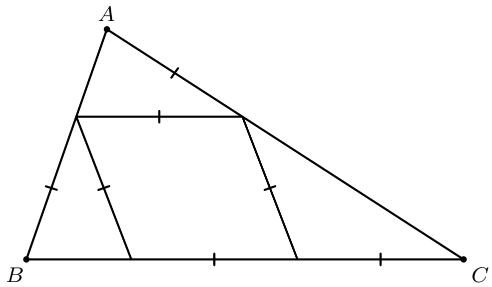
Hoeveel echt verschillende armbandjes kan Lieneke maken?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 14 E) 15

B-vragen

1. Door iedere $*$ in de uitdrukking $1 * 2 * 3 * 4 * 5 * \cdots * 2019 * 2020$ te vervangen door een plus- of minteken ($+$ of $-$) ontstaat er een lange rekensom. Plaats de plus- en mintekens zó dat de uitkomst een zo klein mogelijk positief (groter dan 0) getal is.
Wat is die uitkomst?

2. Driehoek ABC is opgedeeld in drie gelijkbenige driehoeken en een ruit. *Let op: de figuur is niet op schaal.*



Hoe groot is hoek C in graden?

3. Annemiek en Bart hebben elk drie verschillende positieve gehele getallen op een briefje geschreven. Het blijkt dat er precies één getal is dat op allebei hun briefjes staat. Verder geldt dat als je twee verschillende getallen van Annemieks briefje neemt en die optelt, de uitkomst altijd een getal op Barts briefje is. Een van de drie getallen op het briefje van Annemiek is haar lievelingsgetal, en als je dat met 3 vermenigvuldigt, krijg je ook een getal van het briefje van Bart. Op Barts briefje staat zijn lievelingsgetal en dat is 25.
Wat is het lievelingsgetal van Annemiek?

4. We bekijken rijen van 2020 munten. Elke munt heeft waarde 1, 2 of 3. Tussen twee munten met waarde 1 ligt altijd minstens één andere munt. Tussen twee munten met waarde 2 liggen altijd minstens twee andere munten. Tussen twee munten met waarde 3 liggen altijd minstens drie andere munten.
Hoeveel verschillende rijen zijn er die aan deze voorwaarden voldoen?