

Junior Wiskunde Olympiade

Opgaven deel 1



vrijdag 8 oktober 2010
Vrije Universiteit Amsterdam

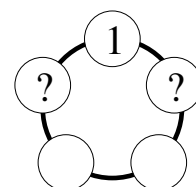
- De opgaven in deel 1 zijn vijfkeuzevragen. Bij elke vraag is één van de vijf mogelijkheden juist. Geef op het antwoordformulier duidelijk de letter van het goede antwoord aan.
- Voor elk goed antwoord krijg je 2 punten. Voor foute antwoorden worden geen punten afgetrokken.
- Je mag gebruik maken van kladpapier. Verder is het gebruik van een passer en een liniaal of geodriehoek toegestaan. Rekenmachines en vergelijkbare hulpmiddelen zijn niet toegestaan.
- Je hebt voor deze opgaven 60 minuten de tijd. **Veel succes!**

1. De letters A , B , C en D staan voor cijfers. Er geldt:

$$\begin{array}{r} A \quad B \\ C \quad A \\ \hline D \quad A \end{array} + \text{ en } \begin{array}{r} A \quad B \\ C \quad A \\ \hline A \end{array}$$

Welk cijfer is D ?

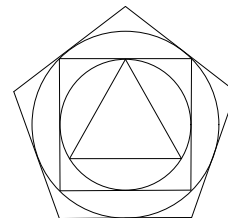
- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9
2. Pieter maakt een rij van zeven gehele getallen (positief, negatief of nul), zó dat als je vier getallen die naast elkaar staan optelt, de uitkomst altijd 1 is. Hij wil dat zoveel mogelijk getallen in de rij groter zijn dan 13. Wat is het grootst mogelijke aantal?
- A) 0 B) 2 C) 3 D) 5 E) 6
3. Een mier loopt over het oppervlak van een balk met ribben van lengte 3, 4 en 5. Hij begint in een hoekpunt en wil een wandeling maken waarbij hij elk van de overige zeven hoekpunten bezoekt. Hij hoeft niet terug te komen op zijn beginpunt. Wat is de lengte van de kortst mogelijke wandeling?
- A) 24 B) 25 C) 26 D) 27 E) 28
4. De getallen 1 tot en met 5 zijn in een kring geplaatst. Elk tweetal burens in de kring tellen we op, zodat we vijf uitkomsten krijgen. De vijf uitkomsten blijken opeenvolgende gehele getallen te zijn. Welke twee getallen zijn de burens van 1?
- A) 2 en 4 B) 2 en 5 C) 3 en 4 D) 3 en 5 E) 4 en 5



5. Bert en Ernie hebben allebei 64 snoepjes. Elke dag geeft een van hen de helft van zijn snoepjes aan de ander. Na zes dagen heeft Bert 61 snoepjes en Ernie dus 67. Hoeveel van de zes dagen heeft Ernie zijn snoepjes gedeeld?
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
6. Als je 36 bij 37 optelt, krijg je 73, wat van rechts naar links gelezen weer 37 is. Hoeveel getallen van twee cijfers zijn er in totaal met de eigenschap dat als je er 36 bij optelt, het resultaat van rechts naar links gelezen weer het oorspronkelijke getal is?
- A) 4 B) 5 C) 6 D) 9 E) 10
7. Aan een wiskundeolympiade doen 100 leerlingen mee. Opgave 1 is door 90 deelnemers goed beantwoord. Opgave 2 is door 80 deelnemers goed beantwoord en opgave 3 door 75 deelnemers. Wat is het kleinst mogelijke aantal deelnemers dat alledrie de vragen goed heeft beantwoord?
- A) 35 B) 45 C) 54 D) 55 E) 60

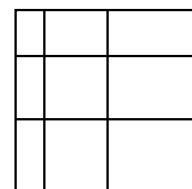
8. Van 125 kubusjes is een $5 \times 5 \times 5$ -kubus gebouwd. In elke richting zijn de kubusjes afwisselend wit en zwart gekleurd; de kubusjes op de hoeken zijn zwart. We letten alleen op de kubusjes die je van de buitenkant kunt zien. Zijn er daarvan meer zwarte of meer witte en hoeveel meer?
- A) 2 zwarte meer B) 1 zwarte meer C) evenveel zwarte als witte
D) 1 witte meer E) 2 witte meer

9. We beginnen met een gelijkzijdige driehoek en tekenen daaromheen zijn omgeschreven cirkel. Om die cirkel tekenen we een precies passend vierkant. Daaromheen tekenen we zijn omgeschreven cirkel, daaromheen een precies passende vijfhoek, enzovoort tot en met een regelmatige zestienhoek. In de figuur zie je dat het gebied binnen de vijfhoek zo in 17 stukjes verdeeld is. In hoeveel stukjes is het gebied binnen de regelmatige zestienhoek verdeeld?
- A) 134 B) 136 C) 248 D) 264 E) 267



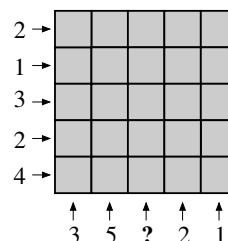
10. Hoeveel getallen tussen 1 en 1000 bevatten *niet* het cijfer 1?
- A) 700 B) 728 C) 729 D) 880 E) 900

11. Een vierkant met zijden van lengte 2010 wordt in negen rechthoeken verdeeld door vier lijnen evenwijdig aan de zijden. In de figuur zie je een voorbeeld. Je kunt dat zo doen dat de omtrekken van de rechthoeken negen opeenvolgende gehele getallen zijn. Wat is dan de omtrek van de grootste rechthoek?
- A) 671 B) 1340 C) 1790 D) 2684 E) 3577



12. Een boer heeft een berg hooi om zijn paard, zijn koe en zijn geit te voeren. Met het hooi kan hij zijn koe en paard 12 maanden voeren, of zijn koe en geit 15 maanden, of zijn paard en geit 20 maanden. Hoeveel maanden kan hij alledrie zijn dieren voeren?
- A) $7\frac{5}{6}$ B) 9 C) 10 D) $15\frac{2}{3}$ E) 47

13. Er zijn vijftientig torens: vijf van hoogte 1, vijf van hoogte 2, vijf van hoogte 3, vijf van hoogte 4 en vijf van hoogte 5. De torens moeten op een 5×5 -bord geplaatst worden met op elk veld een toren, zo dat in elke rij en elke kolom elke hoogte precies een keer voorkomt. Bovendien moet je in de aangegeven kijkrichtingen precies het vermelde aantal torens zien. Je kunt een toren zien als hij niet achter een hogere toren staat. Welk aantal staat er op de plaats van het vraagteken?
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5



14. Tanja heeft dit seizoen tien basketbalwedstrijden gespeeld. In de zesde tot en met de negende wedstrijd haalde ze achtereenvolgens 23, 14, 11 en 20 punten. Haar gemiddelde score per wedstrijd was daarmee na negen wedstrijden hoger dan dat hij na vijf wedstrijden was. Na tien wedstrijden had ze een gemiddelde score per wedstrijd van meer dan 18 punten. Hoeveel punten heeft Tanja minstens gescoord in de tiende wedstrijd?
- A) 19 B) 27 C) 28 D) 29 E) 31

15. De rij van Lucas begint met de getallen 1 en 3. Daarna vind je steeds het volgende getal door de laatste twee getallen op te tellen. Zodoende krijg je 1, 3, 4, 7, 11, ... Wat is het laatste cijfer van het honderdste getal in de rij van Lucas?
- A) 1 B) 3 C) 4 D) 7 E) 8