Version: Dutch

Tweede dag
Donderdag 26 juli 2007

Opgave 4. Gegeven is een driehoek ABC. De bissectrice van hoek BCA snijdt de omgeschreven cirkel van driehoek ABC in het punt R ($R \neq C$), de middelloodlijn van de zijde BC in het punt P en de middelloodlijn van de zijde AC in het punt Q. Het midden van BC is K en het midden van AC is L.

Bewijs dat de driehoeken RPK en RQL dezelfde oppervlakte hebben.

Opgave 5. Laat a en b gehele getallen zijn, $a, b > 0$, zodanig dat $4ab - 1$ een deler is van $(4a^2 - 1)^2$.

Bewijs dat $a = b$.

Opgave 6. Laat n een geheel getal zijn, $n > 0$. Beschouw

$$S = \{ (x, y, z) \mid x, y, z \in \{0, 1, \ldots, n\},\ x + y + z > 0 \}$$

als een verzameling van $(n+1)^3 - 1$ punten in de driedimensionale ruimte.

Bepaal het kleinst mogelijke aantal vlakken zodanig dat deze vlakken samen wel alle punten van S bevatten, maar niet het punt $(0, 0, 0)$.

Beschikbare tijd: $4\frac{1}{2}$ uur
Voor iedere opgave maximaal 7 punten