



NEDERLANDSE  
WISKUNDE  
OLYMPIADE

Tweede ronde  
17 september 2004

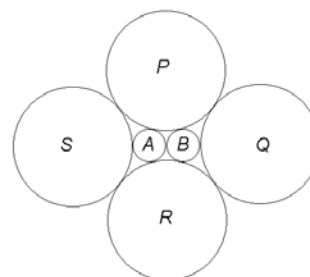
**Stichting Nederlandse Wiskunde Olympiade**

Bij elke opgave is niet alleen het antwoord van belang, ook de manier van oplossen moet je duidelijk beschrijven. Verder moet je oplossing volledig zijn, zo moet je bij vraag 5 laten zien dat je echt alle oplossingen gevonden hebt en dat er geen andere meer zijn.

Je mag geen rekenmachine gebruiken, geen formulekaart, alleen een pen, een passer en een liniaal of geodriehoek en natuurlijk je gezonde verstand.

1. Bepaal het aantal paren van positieve gehele getallen  $(a,b)$ , met  $a \leq b$ , waarvoor  $kgv(a,b) = 2004$ .  
 $kgv(a,b)$  betekent het kleinste gemeenschappelijke veelvoud van  $a$  en  $b$ .  
Voorbeeld:  $kgv(18,24) = 72$ .

2. Twee cirkels  $A$  en  $B$ , beide met straal 1, raken elkaar uitwendig. Vier cirkels  $P, Q, R$  en  $S$ , alle vier met dezelfde straal  $r$ , liggen zo dat  $P$  uitwendig raakt aan  $A, B, Q$  en  $S$ ,  
 $Q$  uitwendig raakt aan  $P, B$  en  $R$ ,  
 $R$  uitwendig raakt aan  $A, B, Q$  en  $S$ ,  
 $S$  uitwendig raakt aan  $P, A$  en  $R$ .  
Bereken de lengte van  $r$ .



3. Begin met een stapel van 100 kaarten. Herhaal nu het volgende: kies een stapel van tenminste 2 kaarten en splits die op in twee kleinere stapeltjes (van elk minstens 1 kaart). Ga hiermee door tot er tenslotte honderd stapeltjes van elk 1 kaart zijn. Iedere keer als je een stapel opsplijst in twee stapeltjes krijg je een aantal punten dat gelijk is aan het product van de aantallen kaarten in de twee nieuwe stapeltjes.  
Wat is het maximale aantal punten dat je in totaal kunt halen?
4. Twee cirkels  $C_1$  en  $C_2$  raken elkaar uitwendig in een punt  $P$ . Op  $C_1$  ligt een punt  $Q$  zodanig dat de raaklijn in  $Q$  aan  $C_1$  de cirkel  $C_2$  snijdt in de punten  $A$  en  $B$ . De lijn  $QP$  snijdt  $C_2$  nog in punt  $C$ .  
Bewijs dat driehoek  $ABC$  gelijkbenig is.
5. Een rechthoekige driehoek met rechthoekszijden  $a$  en  $b$  en schuine zijde  $c$  heeft de volgende eigenschappen:  
 $a = p^m$  en  $b = q^n$  met  $p$  en  $q$  priemgetallen en  $m$  en  $n$  positieve gehele getallen,  
 $c = 2k + 1$  met  $k$  een positief geheel getal.  
Bepaal alle mogelijke waarden van  $c$  en de daarbij horende waarden van  $a$  en  $b$ .