

DE XXXXVIe INTERNATIONALE WISKUNDE OLYMPIADE 2005

Jan Donkers

In 2005 werd de 46e Internationale Wiskunde Olympiade gehouden van 8 tot 20 juli in Merida, Mexico. Er waren 513 deelnemers uit 92 landen.

De Nederlandse ploeg bestond uit de volgende leerlingen:

Sjoerd Boersma	06-09-87	Wageningen
Anne de Haan	31-10-86	Velsen-Noord
Jinbi Jin	04-12-88	Lichtenvoorde
Johan Konter	24-09-87	Zevenbergen
Johannes Steenstra	30-12-86	Gouda
Sietske Tacoma	18-06-87	Apeldoorn

De wedstrijd vond plaats op 13 en 14 juli in Merida. De deelnemers kregen op beide dagen $4\frac{1}{2}$ uur voor drie opgaven. De maximale score per opgave is 7 punten. De jury beloonde 42 deelnemers met een gouden medaille (35 t/m 42 punten), 79 met een zilveren (23 t/m 34) en 128 met een bronzen (12 t/m 22). 67 deelnemers ontvingen een eervolle vermelding. (Degenen die buiten de prijzen vallen maar wel voor tenminste één opgave de maximale score van 7 punten hebben behaald krijgen een eervolle vermelding.)

Johan en Jinbi behaalden met 17 punten een bronzen medaille en Sjoerd en Sietske een eervolle vermelding.

Er waren 16 deelnemers met de maximale score van 42 punten.

Het was sinds 1988 niet meer voorgekomen, maar dit jaar heeft de jury weer besloten een speciale prijs tot te kennen en wel aan een leerling uit Moldavië voor zijn bijzonder elegante en elementaire oplossing van opgave 3.

In het officieuze landenklassement kwam China op de eerste plaats met 235 punten, gevolgd door de Verenigde Staten met 213 en Rusland met 212 punten.

Nederland kwam op de 47e plaats met 62 punten.

Tijdens de slotbijeenkomst nodigde de vertegenwoordiger van Slovenië alle landen uit in 2006 aanwezig te zijn bij de 47e Olympiade, die gehouden zal worden van 6 tot 18 juli 2006 in Ljubljana, Slovenië.

De Nederlandse ploeg

De scores van de Nederlandse deelnemers waren als volgt:

		Opgaven						Totaal
		1	2	3	4	5	6	
NLD 1	Sjoerd Boersma	0	7	0	0	0	2	9
NLD 2	Johan Konter	7	2	0	2	5	1	17
NLD 3	Jinbi Jin	2	7	0	0	7	1	17
NLD 4	Johannes Steenstra	0	4	0	1	0	0	5
NLD 5	Sietske Tacoma	2	1	0	7	1	0	11
NLD 6	Anne de Haan	0	1	0	0	0	2	3
	Totaal	11	22	0	10	13	6	62

Dit jaar werd de ploeg begeleid door Jan Donkers en Fokko van de Bult van respectievelijk de Technische Universiteit in Eindhoven en de Universiteit van Amsterdam.

Hoe is de Nederlandse ploeg tot stand gekomen?

Uit de 2343 deelnemers aan de eerste ronde van de Nederlandse Wiskunde Olympiade 2004 (afkomstig van 182 scholen) werden de 130 beste toegelaten tot de tweede ronde die in september 2004 gehouden werd aan de Technische Universiteit in Eindhoven. De beste zeventien van de tweede ronde kregen een uitnodiging om deel te nemen aan de training voor de Internationale Wiskunde Olympiade.

De training, die evenals voorgaande jaren werd verzorgd door J. Donkers, begon met een trainingsweekend in november 2004 en werd vervolgd d.m.v. lesbrieven en enkele trainingsdagen aan de T.U. in Eindhoven. Tenslotte was er in de eerste week van juni nog een zesdaags trainingskamp. Direct na het laatste kamp werd de samenstelling van de ploeg bekend gemaakt. De trainingskampen worden ieder jaar gehouden in de jeugdherberg in Valkenswaard. Een belangrijk deel van de trainingsactiviteiten tijdens deze kampen en van de organisatie is in handen van oud olympiadewinnaars. Dit jaar waren dat: Fokko van de Bult (AIO, UvA), Arjen Stolk (student, RUL) en Birgit van Dalen (student, RUL).

De selectie van de opgaven

De vraagstukkencommissie (bestaande uit 25 personen) had dit jaar 128 opgaven ontvangen, waaronder 3 uit Nederland. Zij had daaruit een "shortlist" geselecteerd van 27 opgaven, waaronder 2 van Nederland, 5 voor algebra, 8 voor combinatoriek, en voor meetkunde en getaltheorie ieder 7 opgaven.

De zes opgaven die uiteindelijk voor de wedstrijd werden uitgekozen waren afkomstig van respectievelijk Roemenië, Nederland, Korea, Polen, Polen en Roemenië.

De Nederlandse opgave was van N.G. de Bruijn. (De andere Nederlandse opgave in de shortlist was van Fokko van de Bult.)

De resultaten van de olympiade (en foto's van de deelnemende teams) zijn te vinden op <http://www.imo2005.org>

Hieronder volgen de opgaven

46e Internationale Wiskunde Olympiade

Merida, Mexico

Eerste dag

Woensdag 13 juli 2005

Version : Dutch

Opgave 1. Op de zijden van een gelijkzijdige driehoek ABC worden zes punten gekozen: A_1 en A_2 op zijde BC , B_1 en B_2 op zijde CA , C_1 en C_2 op zijde AB . Deze punten zijn de hoekpunten van een convexe zeshoek $A_1A_2B_1B_2C_1C_2$ waarvan alle zijden even lang zijn.

Bewijs dat de rechten A_1B_2 , B_1C_2 en C_1A_2 door één punt gaan.

Opgave 2. Laat a_1, a_2, \dots een rij gehele getallen zijn die zowel oneindig veel positieve als oneindig veel negatieve termen bevat. Veronderstel dat voor elk positief geheel getal n de getallen a_1, a_2, \dots, a_n bij deling door n precies n verschillende resten geven.

Bewijs dat ieder geheel getal precies één keer in de rij voorkomt.

Opgave 3. Laat x, y en z positieve reële getallen zijn waarvoor geldt dat $xyz \geq 1$.

Bewijs dat

$$\frac{x^5 - x^2}{x^5 + y^2 + z^2} + \frac{y^5 - y^2}{y^5 + z^2 + x^2} + \frac{z^5 - z^2}{z^5 + x^2 + y^2} \geq 0.$$

Beschikbare tijd: 4 1/2 uur.

Voor iedere opgave maximaal 7 punten.

46e Internationale Wiskunde Olympiade

Merida, Mexico

Tweede dag

Donderdag 14 juli 2005

Version : Dutch

Opgave 4. Beschouw de rij a_1, a_2, \dots , die gegeven is door

$$a_n = 2^n + 3^n + 6^n - 1 \quad (n = 1, 2, \dots).$$

Bepaal alle positieve gehele getallen, die met iedere term van de rij onderling ondeelbaar zijn.

Opgave 5. Gegeven is een convexe vierhoek $ABCD$, waarvan de zijden BC en DA even lang zijn en niet evenwijdig. Op de zijden BC en DA worden punten E en F gekozen, E tussen B en C en F tussen D en A en zodanig dat $BE = DF$. De rechten AC en BD snijden elkaar in P , de rechten BD en EF snijden elkaar in Q en de rechten EF en AC snijden elkaar in R . We beschouwen alle driehoeken PQR als de punten E en F variëren.

Bewijs dat de omgeschreven cirkels van deze driehoeken behalve het punt P nog een ander punt gemeenschappelijk hebben.

Opgave 6. Bij een wiskundewedstrijd kregen de deelnemers 6 opgaven voorgelegd. Ieder tweetal van deze opgaven werd door meer dan $\frac{2}{5}$ van het aantal deelnemers opgelost. Er was geen enkele deelnemer die alle 6 opgaven had opgelost.

Laat zien dat er tenminste 2 deelnemers waren die ieder precies 5 opgaven hadden opgelost.

Beschikbare tijd: 4 1/2 uur.

Voor iedere opgave maximaal 7 punten.