1e ronde 2006 oplossingen

A1. Ali heeft om te beginnen $\frac{11}{24}$ deel van al het geld. Aan het eind heeft Ali $\frac{4}{9}$. Om de verhoudingen te kunnen vergelijken zorgen we ervoor dat de breuken dezelfde noemer krijgen, in dit geval is dat 72. Ali ging van $\frac{33}{72}$ naar $\frac{32}{72}$ van het totaal. Bente bleef op $\frac{24}{72}$ van het totaal en Chris ging van $\frac{15}{72}$ naar $\frac{16}{72}$. Dus antwoord (D) is het goede antwoord.

A2. In de linkse driehoek is de derde hoek gelijk aan $180-7x$ graden. In de rechtse driehoek is de derde hoek gelijk aan $180-13x$ graden. De beide basishoeken van de middelste driehoek zijn elk gelijk aan een van die hoeken.
Dus moet gelden: $5x+(180-7x)+(180-13x)=180$ dus $15x=180$ en dus $x=12$. (D)

A3. De getallen 1 t/m 9 achter elkaar zijn negen cijfers. De getallen 10 t/m 99 achter elkaar zijn 90 getallen van twee cijfers, dus in totaal 180 cijfers. Samen zijn dat 189 cijfers. $1788-189=1599$.
Er zijn dus $1599:3=533$ getallen van drie cijfers opgeschreven, te beginnen met 100. Dus $n=99+533=632$. (B)

A4. $6=0+0+6=0+1+5=0+2+4=0+3+3=1+1+4=1+2+3=2+2+2$

Met 0, 0 en 6 kunnen we drie getallen maken, 600, 60 en 6, waarbij we nullen aan het begin weggelaten zijn. Zo ook drie getallen met 0, 3 en 3 en ook met 1, 1 en 4 .
Met 0, 1 en 5 kunnen we zes getallen maken; ook met 0, 2 en 4 en ook met 1, 2 en 3.
Met 2, 2 en 2 kunnen we alleen het getal 222 maken.
In totaal dus $3\times 3+3\times 6+1=28$, dus antwoord (D)

A5. Vergelijk de linker kolom met de diagonaal waarin 10 staat. In het middelste vakje (onder de *N*) moet 13 staan omdat moet gelden $13+10=12+11$. Midden onder moet 17 staan omdat $(11+13+15)-(12+10)=17$. Dus $N=39-13-17=9$. (B)

A6. Door de cijfers 1, 2, 3 en 4 precies één keer te gebruiken kun je 24 verschillende getallen maken. Als je die onder elkaar zet dan heb je op de plaats van de eenheden elk van de vier cijfers 1, 2, 3 en 4 precies zes keer. Dat levert opgeteld 60. Op de plaats van de 10-tallen komen de 1, 2, 3 en 4 ook precies zes keer voor. Dat levert een bijdrage van 600 aan de som. Evenzo voor de plaats van de 100- en 1000-tallen. De cijfers op de plaats van de 100-tallen dragen dus 6000 bij en de cijfers op de plaats van de 1000-tallen 60000. Totaal: 66660. (E)

A7. Om het verschil van twee breuken – weer als breuk geschreven – zo klein mogelijk te maken moet de noemer zo groot mogelijk en de teller zo klein mogelijk zijn. De noemer kan maximaal 90 worden, de noemer van de ene breuk is dan 10 en de andere noemer is 9. De teller is minimaal 1.
Die waarden worden aangenomen bij $\frac{1}{9}-\frac{1}{10}$ en bij $\frac{9}{10}-\frac{8}{9}$. (C)

A8.

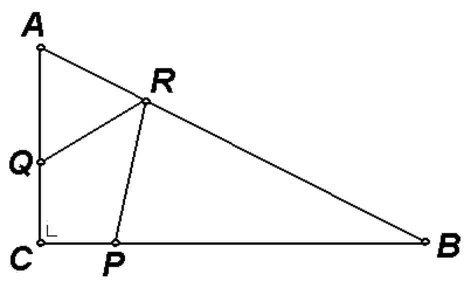
$PRB=90°-\frac{1}{2}\ B$

$QRA=90°-\frac{1}{2}\ A$

$PRQ=180°-\ PRB-\ QRA=$

$\frac{1}{2}\ B+\frac{1}{2}\ A=\frac{1}{2}\times 90°=45°$

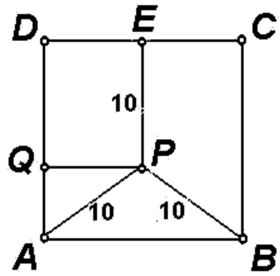
Het goede antwoord is (B).



B1. Vanuit *A* heb je twee mogelijkheden: òf naar *B* òf naar *D*. Vanuit *B* (en ook vanuit *D*) heb je voor de volgende beurt weer twee mogelijkheden òf naar *A* òf naar *C* (ook vanuit *D* weer naar *A* of naar *C*). Vanuit *A* (en ook vanuit *C*) heb je voor de derde beurt weer twee mogelijkheden: naar *B* of naar *D* (ook weer naar *B* of *D* vanuit *C*). Bij elke stap dus twee mogelijkheden. Na 9 stappen ben je in *B* of *D*. Voor de tiende stap heb je dan maar één mogelijkheid naar *A* òf vanuit *B* òf vanuit *D*. In totaal dus $2^9=512$ verschillende wandelingen.

B2. De vier cijfers van het getal moeten en rekenkundige rij vormen. We tellen het aantal systematisch:
- eerst de getallen 1111, 2222, … , 9999 . Dat zijn er negen
- dan de getallen 1234, 2345, 3456, … , 6789 en 9876, 8765, … ,4321, 3210. Dat zijn er dertien.
- vervolgens de getallen 1357, 2468, 3579 en 9753, 8642, 7531, 6420 . Dat zijn er zeven.
- vervolgens alleen nog het getal 9630.

In totaal dus $9+13+7+1=30$.



B3. Noem de loodrechte projectie van *P* op de zijde *AD* *Q*.
Dan $AQ^2+PQ^2=AP^2=100$. *ABCD* is een vierkant, dus $2PQ=AQ+10$ ofwel $AQ=2PQ-10$. Dus $(2PQ-10)^2+PQ^2=5PQ^2-40PQ+100=100$.
Dus $PQ=8$, de zijde van het vierkant is 16 en de oppervlakte 256 .

B4 De voorwaarde twee is te herschrijven als $10\times a+b=Ka+Kb$ ofwel $(10-K)\times a=(K-1)\times b$ Omdat K positief geheel moet zijn hoeven we alleen de waarden 1 t/m 10 voor K te onderzoeken. Verder moet natuurlijk gelden: $1\leq a\leq 9$ en $0\leq b\leq 9$.
Als $K=1$ dan moet $a=0$, en dat mag niet. Dus $K=1$ voldoet niet.
Als $K=2$ dan is $8\times a=b$ en dan $a=1$, $b=8$ en $\overline{ab}=18$ dus deelbaar door 9. 2 voldoet niet.
Als $K=3$ dan is $7\times a=2\times b$ dus $a=2$, $b=7$ en $\overline{ab}=27$, dus deelbaar door 9. 3 voldoet niet.
Als $K=4$ dan is $6\times a=3\times b$ dus bijv. $a=1$, $b=2$ en $\overline{ab}=12$, of $a=2$, $b=4$ en $\overline{ab}=24$. 12 en 24 zijn niet deelbaar door 9. (bijv.: $12=4\times(1+2)$.) Dus $K=4$ is een mogelijkheid.
Als $K=5$ dan op eenzelfde manier als boven $\overline{ab}=45$ en dat is deelbaar door 9. 5 voldoet niet.
Als $K=6$ dan weer zoals boven $\overline{ab}=54$ en dat is weer deelbaar door 9. 6 voldoet niet.
Als $K=7$ dan is $3\times a=6\times b$ dus bijv. $a=2$, $b=1$ en $\overline{ab}=21$, of $a=4$, $b=2$ en $\overline{ab}=42$. 21 en 42 zijn niet deelbaar door 9.(bijv.: $42=7\times(4+2)$.) Dus $K=7$ is een mogelijkheid.
Als $K=8$ dan alleen weer $\overline{ab}=72$ en dat is deelbaar door 9. 8 voldoet niet.
Als $K=9$ dan alleen weer $\overline{ab}=81$ en dat is weer deelbaar door 9, dus 9 voldoet ook niet.
Als $K=10$ dan moet $b=0$. Dat geeft wel oplossingen want bijv. $30=10\times(3+0)$. Dus 10 is weer een waarde die voldoet.
Samengevat: We vinden 4, 7 en 10 als mogelijke waarden voor *K*.