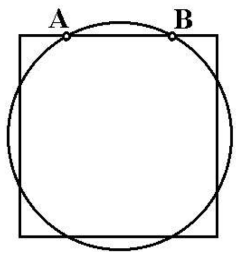
opgaven voor de eerste ronde
vrijdag 16 januari 2004
beschikbare tijd: 120 minuten

Lees voor je begint het volgende:

- Van elke opgave wordt alleen het eindantwoord gevraagd, geen tussenoplossingen of uitwerkingen.
  Werk dus rustig en nauwkeurig; een rekenfout kan maken dat je oplossing helemaal fout wordt gerekend.
- LET OP! Geef je antwoorden in exacte vorm, zoals bijvoorbeeld: $\frac{17}{81}$, $2+\sqrt{3}$, $\pi+1$
- Het is een wedstrijd en geen examen. Daarom is het te verwachten dat maar weinigen alle antwoorden goed zullen hebben. Maak je dus niet ongerust als je maar een deel van de opgaven hebt opgelost.
- Het gaat er om dat je plezier hebt aan het werken aan ongewone wiskundeopgaven.
- Het gebruik van zakrekenmachines en formulekaarten is niet toegestaan.
- De waardering is als volgt: Categorie A twee punten per opgave en categorie B drie punten per opgave.

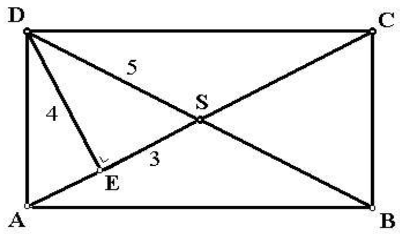
A1. Op een bazaar kun je een prijs winnen door het aantal pingpongballen in een glazen pot precies goed te raden. Arie raadt dat het er 90 zijn, Bea raadt dat het er 97 zijn, Cor raadt dat het er 99 zijn en Dirk raadt dat het er 101 zijn. Alle vier winnen ze de prijs niet. Van de vier personen blijkt dat één er 7 naast zit, één er 4 naast zit en één er 3 naast zit.
Hoeveel pingpongballen zitten er in de pot?



A2. Het middelpunt van een cirkel met straal 1 valt samen met het snijpunt van de diagonalen van een vierkant. De cirkel en het vierkant hebben dezelfde oppervlakte. De cirkel snijdt een zijde van het vierkant in de punten A en B.
Hoe lang is het lijnstuk AB?

A3. Een kubus, bestaande uit n^3 onderling even grote kubusjes hangt in de ruimte
Wat is het maximale aantal kubusjes, uitgedrukt in n, dat je vanuit één standpunt met één oog kunt zien?

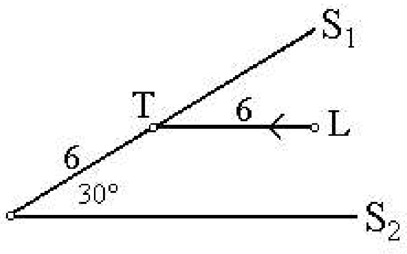
A4. In rechthoek $ABCD$ is S het snijpunt van de diagonalen. E ligt op AC tussen A en S. DE staat loodrecht op AS.
$DS = 5$, $SE = 3$ en $ED = 4$.
Bepaal de lengte van AB.



A5. Een groep schakers en een groep dammers verblijven een weekend in een sportcentrum. Elke schaker speelt één wedstrijd tegen elke andere schaker en elke dammer speelt één wedstrijd tegen elke andere dammer. Schakers en dammers spelen onderling geen wedstrijden. In totaal worden er 100 wedstrijden gespeeld.
Bepaal de som van het aantal schakers en het aantal dammers.

B1. Elk getal van drie cijfers kun je achterstevoren opschrijven. 176 kun je omdraaien tot 671.
Bepaal alle getallen van drie cijfers die gelijk zijn aan 3 maal hun omgedraaide plus de som van hun cijfers".
In formule: $\overline{abc} = 3\times\overline{cba} + (a+b+c)$

B2. Twee spiegels S_1 en S_2 maken een hoek van 30° met elkaar. Vanuit een lichtbron L vertrekt een lichtsignaal evenwijdig aan een van de spiegels naar de andere spiegel. Het lichtsignaal treft de andere spiegel in het punt T. De afstanden van T tot de lichtbron en van T tot de snijlijn van de spiegels zijn beide gelijk aan 6. Na een aantal reflecties komt het lichtsignaal weer door het punt L.
Welke afstand legt het lichtsignaal af vanaf zijn vertrek uit L tot het moment dat het weer terug is in L?



B3. Bepaal alle paren van positieve gehele getallen x en y die een oplossing zijn van de vergelijking:
$$\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 1$$

B4. In een kamer staan vijf stoelen waarop vijf kinderen zitten. Alle kinderen staan op en gaan op een andere stoel zitten dan waarop zij zaten.
Op hoeveel manieren kunnen ze nu zijn gaan zitten?

© Stichting Nederlandse Wiskunde Olympiade

Het werk van de Stichting Nederlandse Wiskunde Olympiade wordt mogelijk gemaakt door financiële bijdragen en steun van:

Het Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen
De Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren
Het Wiskundig Genootschap
De Universiteit van Eindhoven
De Citogroep
De Hogeschool van Utrecht
AKZO/NOBEL
Natuur en Techniek