

Tweede ronde

Nederlandse Wiskunde Olympiade



vrijdag 23 maart 2012

- Beschikbare tijd: 2,5 uur.
- De wedstrijd bestaat uit vijf B-opgaven en twee C-opgaven.
- Je mag geen rekenmachine gebruiken en geen formulekaart; alleen een pen, een passer, een liniaal of geodriehoek en natuurlijk je gezonde verstand.
- Veel succes!

B-opgaven

Bij de B-opgaven is het antwoord steeds een getal, dat je op het antwoordformulier moet invullen. Een goed antwoord levert 4 punten op, een fout antwoord 0 punten. Werk dus rustig en nauwkeurig, want een kleine rekenfout kan tot gevolg hebben dat je antwoord fout is. LET OP: geef je antwoorden in exacte vorm zoals $\frac{11}{81}$ of 5^8 of $\frac{1}{4}(\sqrt{5} + \pi)$.

- B1.** In deze optelsom staat elke letter voor een cijfer (0 tot en met 9). Verschillende letters staan voor verschillende cijfers. Bepaal de waarde van $W \times R$.

$$\begin{array}{r} T W E E D E \\ R O N D E + \\ \hline 2 3 0 3 1 2 \end{array}$$

- B2.** Alle 2012 kamelen in Nederland moeten verdeeld worden over 40 weides. Geen twee weides mogen hetzelfde aantal kamelen krijgen. De weide in het centrum van Amsterdam moet het grootste aantal kamelen krijgen.

Hoeveel kamelen moeten daar minimaal komen te staan?

- B3.** Eén van de vier kabouters Anne, Bert, Chris en Dirk heeft goud gestolen van de koning. De kabouters, die elkaar door en door kennen, doen hierover elk twee uitspraken. Als een kabouter een leugenaar is, is minstens één van die twee uitspraken een leugen. Is een kabouter geen leugenaar, dan zijn beide uitspraken waar.

Anne zegt: "Bert is een leugenaar." en "Chris of Dirk heeft het gedaan."

Bert zegt: "Chris is een leugenaar." en "Dirk of Anne heeft het gedaan."

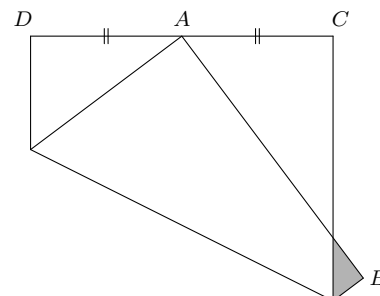
Chris zegt: "Dirk is een leugenaar." en "Anne of Bert heeft het gedaan."

Dirk zegt: "Anne is een leugenaar." en "Bert of Chris heeft het gedaan."

Hoeveel van deze acht uitspraken zijn waar?

- B4.** Op elk van de 10.000 velden van een 100×100 -schaakbord staat een getal. Op de bovenste rij staan van links naar rechts de getallen 0 tot en met 99. In de linkerkolom staan van boven naar beneden de getallen 0 tot en met 99. De som van vier getallen in een 2×2 -blokje is altijd 20. Welk getal staat helemaal rechtsonder op het bord?

- B5.** Een vierkant $ABCD$ met zijde 8 wordt zodanig gevouwen dat hoekpunt A met het midden van CD samenvalt (zie figuur). Wat is de oppervlakte van het grijze driehoekje?



C-opgaven

Bij de C-opgaven is niet alleen het antwoord van belang; ook je redenering en de manier van oplossen moet je duidelijk opschrijven. Maak elke C-opgave op een apart vel papier. Elke correct uitgewerkte C-opgave levert 10 punten op. Voor gedeeltelijke oplossingen kunnen ook punten verdiend worden. Schrijf daarom alles duidelijk op en lever ook (per opgave!) je kladpapier in.

C1. Je hebt één kaartje met daarop het getal 12. Je mag nieuwe kaartjes toevoegen aan je verzameling volgens de volgende regels.

- Als je al een kaartje met een getal a hebt, dan mag je een nieuw kaartje maken met daarop het getal $2a + 1$.
- Als je al een kaartje met een getal b hebt dat deelbaar is door 3, dan mag je een nieuw kaartje maken met daarop het getal $\frac{b}{3}$.

- (a) Laat zien dat je een kaartje met daarop het getal 29 kunt maken.
(b) Laat zien dat je een kaartje met daarop het getal $2^{2012} - 1$ kunt maken.
(c) Laat zien dat je nooit een kaartje met daarop het getal 100 kunt maken.

C2. Gegeven is een driehoek ABC met op lijnstuk AC een punt D en op lijnstuk AB een punt E . Het snijpunt van BD en CE noemen we S . Het midden van lijnstuk CS noemen we M . De lijn BM snijdt lijnstuk CD in punt T . Ten slotte is gegeven dat $|BE| = |ES| = 1$ en $|CD| = |DS| = 2$.

Bewijs dat $|AB| = |AT|$.

Je moet je redenering stap voor stap in tekst en formules opschrijven. Dingen die alleen in het plaatje aangegeven zijn, leveren geen punten op.

