

# Tweede ronde

## Nederlandse Wiskunde Olympiade



vrijdag 25 maart 2011

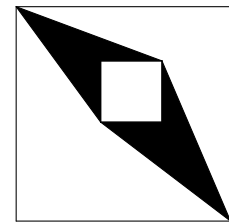
- Beschikbare tijd: 2,5 uur.
- De wedstrijd bestaat uit vijf B-opgaven en twee C-opgaven.
- Je mag geen rekenmachine gebruiken en geen formulekaart; alleen een pen, een passer, een liniaal of geodriehoek en natuurlijk je gezonde verstand.
- Veel succes!

### B-opgaven

Bij de B-opgaven is het antwoord steeds een getal, dat je op het antwoordformulier moet invullen. Een goed antwoord levert 4 punten op, een fout antwoord 0 punten. Werk dus rustig en nauwkeurig, want een kleine rekenfout kan tot gevolg hebben dat je antwoord fout is. LET OP: geef je antwoorden in exacte vorm zoals  $\frac{11}{81}$  of  $5^8$  of  $\frac{1}{4}(\sqrt{5} + \pi)$ .

- B1.** Bij een gala zijn er verschillende man-vrouw-koppels aan het dansen, en wel zo dat  $\frac{2}{3}$  deel van de aanwezige vrouwen aan het dansen is met  $\frac{3}{5}$  deel van de aanwezige mannen. Welk deel van de aanwezigen is aan het dansen?

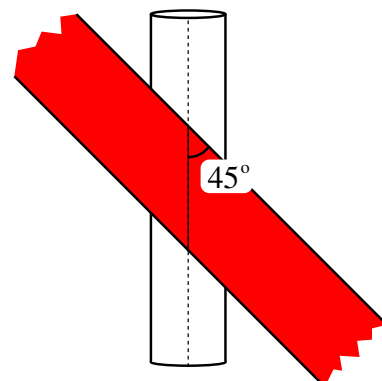
- B2.** Een vierkant met zijde 2 ligt binnen een vierkant met zijde 7. De zijden van het kleine vierkant zijn evenwijdig aan de zijden van het grote vierkant. Wat is de oppervlakte van het zwarte gebied?



- B3.** In een klas zitten 23 leerlingen die elk precies één vreemde taal hebben gekozen, namelijk Duits of Frans. Er zitten in totaal 10 meisjes in de klas, en er zijn in totaal 11 leerlingen die Frans doen. Het aantal meisjes dat Frans heeft gekozen plus het aantal jongens dat Duits heeft gekozen, is 16. Hoeveel meisjes hebben Frans gekozen?

- B4.** We hebben 10.000 kaarten genummerd van 1 tot en met 10.000. We doen steeds de volgende stap: we halen alle kaarten weg waarop een kwadraat staat en we henummeren de overgebleven kaarten weer opeenvolgend vanaf 1. Na hoeveel stappen hebben we nog maar één kaart over?

- B5.** We houden een rood lint onder een hoek van 45 graden over een cilindervormige witte stok (zie figuur). Het lint wordt dan strak om de stok gewikkeld (zonder plooiën), zodat we een rode spiraal om de stok krijgen. Tussen de rode spiraal loopt een witte spiraal; dat is het deel van de stok dat niet door het lint wordt afgedekt. De straal van de stok is 2 cm. Het blijkt dat de witte en de rode spiraal even breed zijn. Wat is de breedte van het lint?



GA VERDER OP DE ACHTERKANT

## C-opgaven

Bij de C-opgaven is niet alleen het antwoord van belang; ook je redenering en de manier van oplossen moet je duidelijk opschrijven. Maak elke C-opgave op een apart vel papier. Elke correct uitgewerkte C-opgave levert 10 punten op. Voor gedeeltelijke oplossingen kunnen ook punten verdiend worden. Schrijf daarom alles duidelijk op en lever ook (per opgave!) je kladpapier in.

**C1.** Bepaal alle drietallen  $(a, b, c)$  van positieve gehele getallen met de volgende eigenschappen:

- er geldt  $a < b < c$  en  $a$ ,  $b$  en  $c$  zijn drie opeenvolgende oneven getallen;
- het getal  $a^2 + b^2 + c^2$  bestaat uit vier gelijke cijfers.

**C2.** Dertig scholieren doen mee aan een wiskundewedstrijd met zestien vragen. Bij elke vraag moeten ze een getal als antwoord geven. Voor elke vraag die een scholier binnen een minuut goed beantwoordt, krijgt hij 10 punten. Voor elke vraag die hij goed beantwoordt, maar niet binnen een minuut, krijgt hij 5 punten. Voor elke vraag die hij fout beantwoordt, krijgt hij 0 punten.

Na afloop van de wedstrijd blijkt dat van alle 480 antwoorden meer dan de helft goed is en binnen een minuut gegeven. Het aantal antwoorden dat goed is, maar niet binnen een minuut gegeven, blijkt gelijk te zijn aan het aantal foute antwoorden.

Laat zien dat er twee scholieren zijn die precies dezelfde totaalscore hebben gehaald.