

Eerste ronde Nederlandse Wiskunde Olympiade

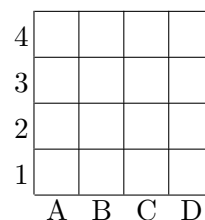


20 januari – 30 januari 2014

- Beschikbare tijd: 2 uur.
- De A-vragen zijn vijfkeuzevragen. Bij elke vraag is één van de vijf mogelijkheden juist. Geef op het antwoordformulier duidelijk de letter van het goede antwoord aan. Voor een goed antwoord krijg je 2 punten, voor een fout antwoord 0 punten.
- Bij de B-vragen moet je een of meerdere getallen als antwoord geven. Voor een goed antwoord krijg je 5 punten en voor een fout antwoord 0 punten. Werk dus rustig en nauwkeurig, want een kleine rekenfout kan tot gevolg hebben dat je antwoord fout is.
LET OP: geef je antwoorden in exacte vorm zoals $\frac{11}{81}$ of $2 + \frac{1}{2}\sqrt{5}$ of $\frac{1}{4}\pi + 1$.
- Je mag geen rekenmachine gebruiken, geen formulekaart; alleen pen en papier, een passer, een liniaal of geodriehoek en natuurlijk je gezonde verstand.
- Na afloop van de wedstrijd lever je het antwoordformulier, dit opgavenvel en eventueel kladpapier in. Vanaf 31 januari zijn de opgaven en uitwerkingen te vinden op www.wiskundeolympiade.nl.
- Veel succes!

A-vragen

1. We hebben een veld van 4×4 vierkante hokjes. Van deze 16 hokjes willen we er precies vier zwart kleuren. Het moet zó gebeuren dat iedere rij en iedere kolom precies één zwart hokje krijgt en er geen twee zwarte hokjes diagonaal (met een hoekpunt) aan elkaar grenzen. Op hoeveel manieren kunnen we de vier te kleuren hokjes kiezen?



- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) Dit kan niet.

2. In een vijver zwemmen rode en gele karpers. Twee vijfde van de karpers is geel, de rest is rood. Drie kwart van de gele karpers is een vrouwtje. In totaal zijn er evenveel vrouwtjeskarpers als mannetjeskarpers. Welk gedeelte van de totale karperpopulatie bestaat uit rode mannetjeskarpers?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{3}{10}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{1}{2}$

3. Zeven velden liggen naast elkaar; ze zijn van links naar rechts genummerd van 1 tot en met 7. Een kikker springt van veld naar veld. Hij kan alleen sprongen van drie of vijf velden naar links of rechts maken. Zo kan hij bijvoorbeeld vanaf veld 2 alleen naar velden 5 en 7 springen. De kikker wil een reis maken waarbij hij elk veld precies een keer aandoet. Het begin- en eindpunt van de reis zijn verschillend.

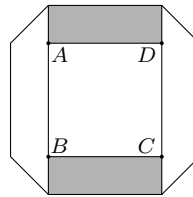
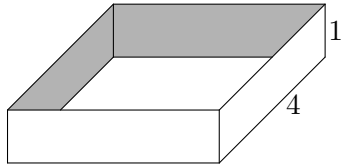


Welke velden kunnen het beginpunt zijn van zo'n reis?

- A) velden 1 t/m 7 B) velden 1, 3, 5 en 7 C) velden 3 en 5
D) veld 4 E) geen enkel veld

GA VERDER OP DE ACHTERKANT

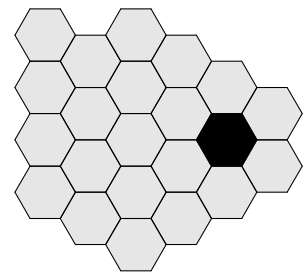
4. Een vierkante papieren ring heeft hoogte 1. De zijdes hebben lengte 4. De ring is afgebeeld in de linker figuur. Door hem op tafel plat te drukken krijgen we de rechter figuur. Hierin is vierhoek $ABCD$ een vierkant.



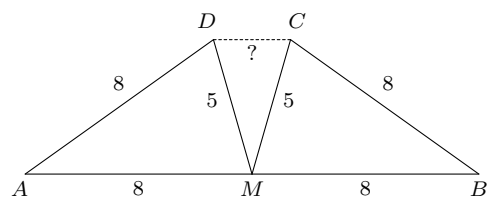
Hoe lang is zijde AB ?

- A) $\frac{5}{2}$ B) 3 C) $\frac{7}{2}$ D) 4 E) $\frac{9}{2}$
5. Dion en Jaap hebben meegedaan aan een hardloopwedstrijd. Het aantal hardlopers dat eerder dan Dion bij de finish kwam, is gelijk aan het aantal hardlopers dat na hem eindigde. Het aantal hardlopers dat eerder dan Jaap bij de finish kwam, is driemaal zo groot als het aantal hardlopers dat na hem eindigde. In de eindranglijst staan tussen Dion en Jaap nog 10 andere deelnemers. Er zijn geen hardlopers tegelijk over de finish gekomen en iedereen is gefinisht. Hoeveel hardlopers deden er mee aan deze wedstrijd?
- A) 22 B) 23 C) 41 D) 43 E) 45

6. Een tuin met een vijver (het zwarte vakje) zal betegeld worden met zeshoekige tegels, zoals in de figuur. We hebben drie kleuren tegels: rood, groen en blauw. Het is niet toegestaan om twee tegels van dezelfde kleur tegen elkaar aan te leggen. Op hoeveel manieren kunnen we de tuin betegelen?



7. In de figuur hiernaast is een vierhoek $ABCD$ getekend. Het midden van zijde AB is M . De vier lijnstukken AM , BM , BC en AD hebben lengte 8 en de lijnstukken DM en CM hebben lengte 5. Hoe lang is lijnstuk CD ?



Let op: het plaatje is niet op schaal getekend.

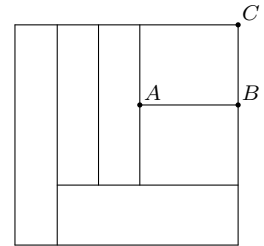
- A) 3 B) $\frac{40}{13}$ C) $\frac{25}{8}$ D) $\frac{16}{5}$ E) $\frac{13}{4}$
8. Een motorboot beweegt ten opzichte van het water met een constante snelheid van 25 kilometer per uur. Hij vaart van Arnhem naar Zwolle met de constante stroom mee. Op een bepaald moment heeft hij 42% van de afstand afgelegd. Vanaf dat punt kost het evenveel tijd om door te varen naar Zwolle als om terug te varen naar Arnhem. Wat is de stroomsnelheid van het water in kilometer per uur?
- A) 3 B) 4 C) $\frac{9}{2}$ D) 5 E) 6

B-vragen

1. Een vierkant is verdeeld in zes rechthoeken zoals in het plaatje. Deze rechthoeken hebben niet allemaal dezelfde vorm, maar wel allemaal dezelfde oppervlakte. Gegeven is dat zijde AB lengte 5 heeft.

Wat is de lengte van BC ?

Let op: het plaatje is niet op schaal getekend.



2. Karel heeft een grote hoeveelheid appels en peren. Hij wil hieruit tien stukken fruit kiezen en deze in een rij zetten. Dat moet zó gebeuren dat er tussen twee appels nergens een peer staat. De rijtjes AAAAAAAAAA en AAPPPPPPPP mogen bijvoorbeeld wel, maar de rijtjes AAPPPPPPPA en APPPPPPPAA mogen niet.

Hoeveel rijtjes kan Karel zo maken?

3. Als je de uitkomst van

$$\underbrace{999 \dots 99}_{2014 \text{ negens}} \times \underbrace{444 \dots 44}_{2014 \text{ vienen}}$$

zou berekenen en daarvan vervolgens alle cijfers bij elkaar op zou tellen, welke uitkomst zou je dan krijgen?

4. We bekijken 5×5 -tabellen met daarin 25 getallen geschreven. Hetzelfde getal mag meerdere keren voorkomen, maar in geen enkele rij of kolom staat vijf keer hetzelfde getal. We noemen zo'n tabel *mooi* als in elke rij het middelste getal het gemiddelde van de getallen in die rij is en in elke kolom het middelste getal het gemiddelde van de getallen in die kolom is. De *score* van een mooie tabel is het aantal getallen in de tabel dat kleiner is dan het getal dat precies in het midden van de tabel staat.

Wat is de kleinste mogelijke score van een mooie tabel?